COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

En date du 13 Juillet 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT QUARANTIÈME.

JANVIER — JUIN 1905.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1905

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1905.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

JORDAN (Marie-Ennemond-Camille) (O. ✵).
POINCARÉ (Jules-Henri) (C. ✵).
PICARD (Charles-Émile) (O. ✵).
APPELL (Paul-Émile) (C. ✵).
PAINLEVÉ (Paul) ✵.
HUMBERT (Marie-Georges) ✵.

Section II. — *Mécanique.*

LEVY (Maurice) (O. ✵).
BOUSSINESQ (Valentin-Joseph) (O. ✵).
DEPREZ (Marcel) (O. ✵).
LÉAUTÉ (Henry) (O. ✵)
SEBERT (Hippolyte) (C. ✵).
VIEILLE (Paul-Marie-Eugène) (O. ✵).

Section III. — *Astronomie.*

JANSSEN (Pierre-Jules-César) (C. ✵).
LŒWY (Maurice) (C. ✵).
WOLF (Charles-Joseph-Étienne) (O. ✵).
RADAU (Jean-Charles-Rodolphe) ✵.
DESLANDRES (Henri-Alexandre) ✵.
BIGOURDAN (Guillaume) ✵.

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

BOUQUET DE LA GRYE (Jean-Jacques-Anatole) (C. ✵).
GRANDIDIER (Alfred) (O. ✵).
BASSOT (Jean-Léon-Antoine) (C. ✵).
GUYOU (Émile) (O. ✵).
HATT (Philippe-Eugène) (O. ✵).
BERTIN (Louis-Émile) (C. ✵).

Section V. — *Physique générale.*

Messieurs :

Mascart (Éleuthère-Élie-Nicolas) (G. O. ✻).
Lippmann (Gabriel) (C. ✻).
Becquerel (Antoine-Henri) (O. ✻).
Potier (Alfred) (O. ✻).
Violle (Louis-Jules-Gabriel) (O. ✻).
Amagat (Émile-Hilaire) ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

Troost (Louis-Joseph) (C. ✻).
Gautier (Émile-Justin-Armand) (O. ✻).
Moissan (Henri) (C. ✻).
Ditte (Alfred) (O. ✻).
Lemoine (Georges) (O. ✻).
Haller (Albin) (O. ✻).

Section VII. — *Minéralogie.*

Gaudry (Jean-Albert) (C. ✻).
Bertrand (Marcel-Alexandre) (O. ✻).
Lévy (Auguste-Michel) (O. ✻).
Lapparent (Albert-Auguste de) ✻.
Lacroix (François-Antoine-Alfred) ✻.
Barrois (Charles-Eugène) (O. ✻).

Section VIII. — *Botanique.*

Van Tieghem (Philippe-Édouard-Léon) (O. ✻).
Bornet (Jean-Baptiste-Édouard) (O. ✻).
Guignard (Jean-Louis-Léon) ✻.
Bonnier (Gaston-Eugène-Marie) ✻.
Prillieux (Édouard-Ernest) (O. ✻).
Zeiller (Charles-René) (O. ✻).

Section IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

SCHLŒSING (Jean-Jacques-Théophile) (C. ☼).
CHAUVEAU (Jean-Baptiste-Auguste) (C. ☼).
MUNTZ (Charles-Achille) (O. ☼).
ROUX (Pierre-Paul-Émile) (C. ☼).
SCHLŒSING (Alphonse-Théophile) ☼.
MAQUENNE (Léon-Gervais-Marie).

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

RANVIER (Louis-Antoine) (O. ☼).
PERRIER (Jean-Octave-Edmond) (O. ☼).
CHATIN (Joannès-Charles-Melchior) ☼.
GIARD (Alfred-Mathieu) ☼.
DELAGE (Marie-Yves) ☼.
BOUVIER (Louis-Eugène) ☼.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

BOUCHARD (Charles-Jacques) (C. ☼).
GUYON (Jean-Casimir-Félix) (O. ☼).
ARSONVAL (Arsène D') (O. ☼).
LANNELONGUE (Odilon-Marc) (C. ☼).
LAVERAN (Charles-Louis-Alphonse) (O. ☼).
DASTRE (Albert-Jules-Frank) ☼.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

DARBOUX (Jean-Gaston) (C. ☼), pour les Sciences mathématiques.

BERTHELOT (Marcelin-Pierre-Eugène) (G. C. ☼), pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

FREYCINET (Charles-Louis DE SAULSES DE) (O. ✻).
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon) (G. O. ✻).
CAILLETET (Louis-Paul) (O. ✻).
BISCHOFFSHEIM (Raphaël-Louis) ✻.
BROUARDEL (Paul-Camille-Hippolyte) (G. O. ✻).
LAUSSEDAT (Aimé) (G. O. ✻).
CARNOT (Marie-Adolphe) (C. ✻).
ROUCHÉ (Eugène) (O. ✻).
PICARD (Alfred-Maurice) (G. C.).
LABBÉ (Léon) (C. ✻).

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

KELVIN (Sir William THOMSON, Lord), à Glasgow (G. O. ✻).
LISTER (Lord), à Londres.
NEWCOMB (Simon) (O. ✻), à Washington.
SUESS (Édouard), à Vienne.
HOOKER (Sir Joseph-Dalton), à Kew.
SCHIAPARELLI (Jean-Virginius), à Milan.
KOCH (Robert), à Berlin.
AGASSIZ (Alexandre) (O. ✻), à Cambridge (Massachusetts).

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

SCHWARZ (Hermann-Amandus), à Grünewald, près Berlin.
KLEIN (Félix), à Gœttingue.
MÉRAY (Hugues-Charles-Robert) (O. ✻), à Dijon.
ZEUTHEN (Hieronymus-Georg), à Copenhague.
MITTAG-LEFFLER (Magnus-Gustaf) (O. ✻), à Stockholm.

Messieurs :

DEDEKIND (Julius-Wilhelm-Richard), à Brunswick.
NŒTHER (Max), à Erlangen.
VOLTERRA (Vito), à Rome.
GUICHARD (Claude), à Clermont-Ferrand.
GORDAN (Paul), à Erlangen.

SECTION II. — *Mécanique* (10).

SIRE (Georges-Étienne) ✻, à Besançon.
CONSIDÈRE (Armand-Gabriel) (O. ✻), à Quimper.
AMSLER (Jacob), à Schaffhouse.
VALLIER (Frédéric-Marie-Emmanuel) (O. ✻), à Versailles.
BOLTZMANN (Louis), à Vienne.
DWELSHAUVERS-DERY (Victor-Auguste-Ernest) ✻, à Liége.
BAZIN (Henry-Émile) (O. ✻), à Chenôve (Côte-d'Or).
DUHEM (Pierre), à Bordeaux.
ZEUNER (Gustav-Anton), à Dresde.
N. . . . .

SECTION III. — *Astronomie* (16).

STRUVE (Otto-Wilhelm) (G. O. ✻), à Carlsruhe.
LOCKYER (Sir Joseph-Norman), à Londres.
HUGGINS (Sir William), à Londres.
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard) (O. ✻), à Marseille.
HALL (Asaph) ✻, à Washington.
LANGLEY (Samuel-Pierpont), à Washington.
AUWERS (Arthur), à Berlin.
RAYET (Georges-Antoine-Pons) (O. ✻), à Bordeaux.
BACKLUND (Oskar), à Poulkova.
GILL (Sir David), au Cap de Bonne-Espérance.
BAKHUYZEN (VAN DE SANDE) (C. ✻), à Leyde.
CHRISTIE (William-Henry), à Greenwich (Angleterre).
ANDRÉ (Charles-Louis-François) ✻, à l'Observatoire de Lyon.
BAILLAUD (Édouard-Benjamin) (O. ✻), à l'Observatoire de Toulouse.
HILL (George-William), à West-Nyack.

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

Messieurs :

Teffé (le baron de), à Rio-de-Janeiro.
Grimaldi (Albert-Honoré-Charles) (G. C. ✻), prince souverain de Monaco, à Monaco.
Nansen (Fridtjof) (C. ✻), à Bergen (Norvège).
Helmert (Frédéric-Robert), à Potsdam.
Colin (le R. P. Édouard-Élie), à Tananarive.
Gallieni (Joseph-Simon) (G. O. ✻), à Saint-Raphaël (Var).
Bienaymé (Arthur-François-Alphonse) (C. ✻), à Toulon.
Normand (Jacques-Augustin) (O. ✻), au Havre.
Davidson (George), à San-Francisco.
Oudemans (Jean-Abraham-Chrétien), à Utrecht.

Section V. — *Physique générale* (10).

Crova (André-Prosper-Paul) (O. ✻), à Montpellier.
Rayleigh (John-William Strutt, Lord) (O. ✻), à Essex.
Bichat (Ernest-Adolphe) (O. ✻), à Nancy.
Blondlot (René-Prosper) ✻, à Nancy.
Hittorf (Wilhem), à Munster (Prusse).
Van der Waals (Johannes-Diderik), à Amsterdam.
Michelson (Albert-A.), à Chicago.
Gouy (Georges-Louis), à Lyon.
Benoit (Justin-Miranda-René) ✻, à Sèvres.
Lorentz (Hendrik-Anton), à Leyde.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10).

Lecoq de Boisbaudran (Paul-Émile dit François) ✻, à Cognac.
Baeyer (Adolf von), à Munich.
Roscoé (Sir Henry-Enfield) (O. ✻), à Londres.
Cannizzaro (Stanislas) (O. ✻), à Rome.
Ramsay (William) (O. ✻), à Londres.
Mendeleef (Dmitry-Iwanowitch), à Saint-Pétersbourg.
Fischer (Émile), à Berlin.

Messieurs :

SABATIER (Paul), à Toulouse.
FORCRAND (Hippolyte-Robert DE), à Montpellier.
N. . . . .

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

GOSSELET (Jules-Auguste-Alexandre) ✻, à Lille.
GEIKIE (Sir Archibald), à Londres.
RICHTHOFEN (Ferdinand, baron DE), à Berlin.
TSCHERMAK (Gustav), à Vienne.
DEPÉRET (Charles-Jean-Julien) ✻, à Lyon.
ROSENBUSCH (Harry), à Heidelberg.
PERON (Pierre-Alphonse) (C. ✻), à Auxerre.
ŒHLERT (Daniel) ✻, à Laval.
KLEIN (Johann-Friedrich-Carl), à Berlin.
BRÖGGER (Wlademar-Christofer), à Christiania.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

CLOS (Dominique) ✻, à Toulouse.
GRAND'EURY (François-Cyrille) ✻, à Saint-Étienne.
MASTERS (Maxwel-Tylden), à Londres.
TREUB (Melchior) ✻, à Buitenzorg, près Batavia (Java).
SCHWENDENER (Simon), à Berlin.
PFEFFER (Wilhelm-Friedrich-Philipp), à Leipzig.
STRASBURGER (Édouard), à Bonn.
WARMING (Johannes-Eugenius-Beilow), à Copenhague.
FLAHAULT (Charles-Henri-Marie) ✻, à Montpellier.
BERTRAND (Charles-Eugène) ✻, à Lille.

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

HOUZEAU (Auguste) (O. ✻), à Rouen.
ARLOING (Saturnin) (O. ✻), à Lyon.
PAGNOUL (Aimé) ✻, à Arras.
GAYON (Léonard-Ulysse), à Bordeaux.
KUEHN (Julius), à Halle.

Messieurs :

WINOGRADSKI (Serge), à Saint-Pétersbourg.
YERMOLOFF (Alexis) (C. ※), à Saint-Pétersbourg.
TISSERAND (Louis-Eugène) (G. O. ※), à Vaucresson.
FLICHE (Paul) ※, à Nancy.
N. . . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

FABRE (Jean-Henri) ※, à Sérignan (Vaucluse).
SABATIER (Armand) (O. ※), à Montpellier.
RETZIUS (Gustave), à Stockholm.
BERGH (Ludwig-Rudolph-Sophus), à Copenhague.
LANKESTER (Edwin-Ray), à Londres.
LORTET (Louis) (O. ※), à Lyon.
MAUPAS (Émile-François), à Alger.
VAN BENEDEN (Édouard), à Liége.
METCHNIKOFF (Élie) (O. ※), à Sèvres.
WALDEYER (Henri-Guillaume-Godefroi), à Berlin.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

LÉPINE (Jacques-Raphaël) (O. ※), à Lyon.
HERRGOTT (François-Joseph) (O. ※), à Nancy.
ENGELMANN (Théodor-Wilhelm), à Berlin.
LEYDEN (Ernst VON), à Berlin.
MOSSO (Angelo), à Turin.
BURDON-SANDERSON (Sir John), à Oxford.
ZAMBACO (Démétrius-Alexandre) (O. ※), à Constantinople.
CZERNY (Vincent-Joseph), à Heidelberg.
BACCELLI (Guido), à Rome.
CALMETTE (Léon-Charles-Albert) (O. ※), à Lille.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 JANVIER 1905,

PRÉSIDENCE DE M. TROOST.

M. **Mascart**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie, et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1904.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1905.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome CXXXVI (1er semestre 1903) et le Tome CXXXVII (2e semestre 1903) ont paru avec leurs Tables.

Les numéros de l'année 1904 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome XLVII a été mis en distribution au mois de mars 1904.

Changements survenus parmi les Membres depuis le 1er janvier 1904.

Membres décédés.

Section de Mécanique : M. **Sarrau**, le 10 mai.
Section d'Astronomie : M. **Callandreau**, le 13 février.
Section de Minéralogie : M. **Fouqué**, le 7 mars.
Section d'Économie rurale : M. **Duclaux**, le 3 mai.
Section de Médecine et Chirurgie : M. **Marey**, le 15 mai.

Membres élus.

Section de Mécanique : M. **Vieille**, le 21 novembre, en remplacement de M. Sarrau, décédé.

Section d'Astronomie : M. **Bigourdan**, le 25 avril, en remplacement de M. Callandreau, décédé.

Section de Minéralogie : M. **Lacroix**, le 11 janvier, en remplacement de M. Munier-Chalmas, décédé; M. **Barrois**, le 9 mai, en remplacement de M. Fouqué, décédé.

Section d'Économie rurale : M. **Maquenne**, le 27 juin, en remplacement de M. Duclaux, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Dastre**, le 28 novembre, en remplacement de M. Marey, décédé.

Associé étranger élu.

M. **Agassiz** (**Alexandre**), à Cambridge (États-Unis), le 7 mars, en remplacement de Sir George-Gabriel Stokes, décédé.

Changements survenus parmi les Correspondants depuis le 1er janvier 1904.

Correspondants décédés.

Section de Géométrie : M. **Salmon**, à Dublin, le 22 janvier.
Section d'Astronomie : M. **J. Perrotin**, à Nice, le 29 février.

Section de Chimie : M. **Williamson**, à Haslemer, le 6 mai.
Section de Minéralogie : M. **Karl von Zittel**, à Munich, le 5 janvier.
Section d'Économie rurale : M. **Laurent**, à Gembloux, le 20 février.

Correspondants élus.

Section de Géométrie : M. **Volterra**, à Rome, le 14 mars; M. **Guichard**, à Clermont-Ferrand, le 28 mars; M. **Gordan**, à Erlangen, le 24 avril.
Section de Minéralogie : M. **Brögger**, à Christiania, le 14 mars.
Section de Botanique : M. **Warming**, à Copenhague, le 7 mars; M. **Flahault**, à Montpellier, le 14 mars; M. **Eugène Bertrand**, à Lille, le 21 mars.
Section d'Économie rurale : M. **Tisserand**, à Vaucresson, le 20 juin; M. **Fliche**, à Nancy, le 4 juillet.
Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Metchnikoff**, à Sèvres, le 20 juin; M. **Waldeyer**, à Berlin, le 27 juin.
Section de Médecine et Chirurgie : M. **Calmette**, à Lille, le 25 janvier.

Correspondants à remplacer.

Section de Mécanique : M. **Gibbs**, à New-Haven (Connecticut), décédé le 28 avril 1903.
Section d'Astronomie : M. **J. Perrotin**, à Nice, décédé le 29 février 1904.
Section de Chimie : M. **Williamson**, décédé à Haslemer, le 6 mai 1904.
Section d'Économie rurale : M. **Laurent**, à Gembloux, décédé le 20 février 1904.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Pouvoir refroidissant d'un courant fluide sur un ellipsoïde à axes inégaux, immergé dans ce courant.* Note de M. J. **Boussinesq**.

I. Dans une Note du 16 mai 1904 (*Comptes rendus*, t. CXXXVIII, p. 1189) j'ai représenté par une certaine intégrale le pouvoir refroidissant d'un courant fluide, faiblement conducteur, sur un corps convexe quel-

conque enveloppé par ce courant et dont la surface présente un excès donné θ_0 de température sur l'ensemble du fluide. Cette intégrale, expression du flux total de chaleur soustrait au corps, dans l'unité de temps, par le courant fluide, est

$$(1)\quad 2\theta_0\sqrt{\frac{KCV}{\pi}}\int_0^{2\pi} d\gamma\sqrt{\int_{\beta_0}^{\beta_1}\left(\frac{\varepsilon}{d\gamma}\right)^2 d\beta} = 2\theta_0\sqrt{\frac{KCV}{\pi}}\int_{\gamma=0}^{\gamma=2\pi}\sqrt{\int_{\beta_0}^{\beta_1}\varepsilon^2\, d\beta}.$$

D'une part, K, C, V y désignent les trois constantes du courant, savoir, sa conductibilité intérieure, sa capacité calorifique par unité de volume, enfin, sa vitesse générale; d'autre part, β y est (abstraction faite du facteur V) le potentiel des vitesses d'écoulement, paramètre, croissant de $-\infty$ à $+\infty$ le long des filets fluides, caractéristique des surfaces qui coupent orthogonalement tous ces filets, et considéré, ici, depuis sa valeur β_0 à la *proue* ou extrémité *amont* du corps, point où le *filet central* aborde le corps et se divise, à son contact, en filets élémentaires qui le recouvrent, jusqu'à sa valeur β_1 relative à la *poupe* ou extrémité *aval*, point où ces filets élémentaires, après avoir baigné toute la surface, se rejoignent pour reconstituer le filet central et quitter ensemble le corps. Enfin, γ désigne un paramètre, variable de zéro à 2π, définissant les divers filets élémentaires qui sillonnent le corps, et ε est la distance infiniment petite, fonction de β et de γ, qui sépare, sur la surface, le filet élémentaire à paramètre γ de son voisin à paramètre $\gamma + d\gamma$.

Comme $d\beta$ est, également, la distance de deux surfaces voisines d'égal potentiel, considérées loin du corps, là où ces surfaces se réduisent à des plans parallèles, les éléments $\varepsilon^2\, d\beta$ ont trois dimensions et l'intégrale $\int_{\beta_0}^{\beta_1}\varepsilon^2\, d\beta$ exprime un volume infiniment petit; d'où il suit que, *pour tous les corps semblables et semblablement situés dans le courant, le pouvoir refroidissant* (1) *est proportionnel, si* ϖ *désigne leur volume, au produit très simple* $\theta_0\sqrt{KCV\varpi}$.

Il ne reste donc à calculer, pour chaque forme du corps et chacun de ses modes d'orientation par rapport au courant, que le coefficient numérique de cette proportionnalité.

II. L'ellipsoïde paraît devoir être l'exemple naturel à choisir de la théorie précédente. Et, cependant, les calculs y présentent de grandes difficultés, insurmontables même, dans le cas général, quand on veut arriver au résultat définitif.

Soient, respectivement,

$$(2)\qquad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\qquad \frac{x^2}{a^2+\lambda}+\frac{y^2}{b^2+\lambda}+\frac{z^2}{c^2+\lambda}=1,$$

l'équation de l'ellipsoïde, rapporté à ses axes $2a$, $2b$, $2c$, et celle de ses homofocaux extérieurs, à paramètre λ croissant de zéro à l'infini aux distances de plus en plus grandes de l'origine.

Le potentiel des vitesses, déterminé, à une constante près, par l'équation indéfinie $\Delta_2\beta=0$, avec la condition d'avoir sa dérivée suivant la normale nulle sur toute la surface $\lambda=0$ et ses trois dérivées partielles en x, y, z égales, pour λ infini, aux trois cosinus directeurs donnés l, m, n du courant fluide général, a l'expression

$$(3)\qquad \beta=lx\left(1-\frac{1}{a\mathrm{A}}\frac{d\mathrm{I}}{da}\right)+my\left(1-\frac{1}{b\mathrm{B}}\frac{d\mathrm{I}}{db}\right)+nz\left(1-\frac{1}{c\mathrm{C}}\frac{d\mathrm{I}}{dc}\right),$$

où I désigne l'intégrale

$$(4)\qquad \mathrm{I}=\int_\lambda^\infty\frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}},$$

et où A, B, C sont les trois constantes

$$(5)\quad (\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})=\frac{2}{abc}+\frac{1}{(a,b,c)}\frac{d}{d(a,b,c)}\int_0^\infty\frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}\ (^1).$$

A la surface du corps, $\lambda=0$ et, par exemple, A se confond avec $\frac{2}{abc}+\frac{1}{a}\frac{d\mathrm{I}}{da}$; d'où il suit que $\frac{1}{a\mathrm{A}}\frac{d\mathrm{I}}{da}$ a la valeur $1-\frac{2}{abc\mathrm{A}}$. Il vient donc

$$(6)\qquad (\text{à la surface})\ \beta=\frac{2}{abc}\left(\frac{lx}{\mathrm{A}}+\frac{my}{\mathrm{B}}+\frac{nz}{\mathrm{C}}\right),$$

expression linéaire en x, y, z; de sorte que, *si l'on suppose l'ellipsoïde convenablement placé, les courbes d'égal potentiel y sont les lignes de niveau et*, par suite, *les filets fluides, celles de plus grande pente.*

III. Mais bornons-nous à l'hypothèse d'un courant dirigé suivant un axe, celui des z, par exemple; ce qui donne β proportionnel à z et, pour

---

(1) Voir, par exemple, pour la démonstration de cette formule du potentiel des vitesses, les pages 217 à 219 du Tome II de mes leçons sur la *Théorie analytique de la chaleur, mise en harmonie avec la Thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière.*

lignes de pente, les courbes $y = \nu x^k$, avec ν comme paramètre et k égal au quotient de a^2 par b^2. L'écart ε des deux lignes à paramètres ν, $\nu + d\nu$, projeté en vraie grandeur sur le plan des xy, sera $\sqrt{\frac{x^{2k}}{1 + k^2\nu^2 x^{2k-2}}}\,d\nu$; car le paramètre différentiel $\Delta_1\nu$ de la fonction $\nu = yx^{-k}$ est $\sqrt{\frac{x^2 + k^2y^2}{x^{2k+2}}}$ ou $\sqrt{\frac{1 + k^2\nu^2 x^{2k-2}}{x^{2k}}}$ et représente, comme on sait, la dérivée $\frac{d\nu}{\varepsilon}$ de ν le long de l'élément de chemin ε.

Cela posé, la formule (6) devient $\beta = Mz$, si, vu la troisième (5), on appelle M la constante définie par la relation

$$(7) \qquad \frac{1}{M} = 1 - \frac{abc}{2}\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(c^2+\lambda)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)}};$$

et le produit $\varepsilon^2\,d\beta$ dans (1) prend la forme $M\varepsilon^2\,dz$. Cette expression devra être intégrée de β_0 à β_1, c'est-à-dire depuis $z = -c$ jusqu'à $z = c$, et donnera un résultat double de celui qu'on aurait en intégrant de $z = 0$ à $z = c$. Or, le long du demi-filet fluide ainsi considéré et que, pour fixer les idées, nous supposerons pris dans l'angle des coordonnées positives, l'équation de l'ellipsoïde se réduit à

$$x^2 + k\nu^2 x^{2k} = a^2\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right);$$

ce qui permet de substituer à z, comme variable d'intégration, l'abscisse x, décroissante jusqu'à zéro, dans l'intervalle considéré, à partir d'une limite $\sqrt{\mu}$ définie par l'équation

$$(8) \qquad \mu + k\nu^2\mu^k = a^2.$$

Il vient ainsi, en posant finalement $x^2 = \xi$ et même $\xi = \mu\eta$,

$$(9) \qquad \left\{\begin{aligned} \int_{\beta_0}^{\beta_1} \varepsilon^2\,d\beta &= \frac{Mc}{a}(d\nu)^2\int_0^\mu \frac{\xi^k\,d\xi}{\sqrt{a^2 - \xi - k\nu^2\xi^k}} \\ &= \frac{Mc}{a}\mu^{k+1}(d\nu)^2\int_0^1 \frac{\eta^k\,d\eta}{\sqrt{a^2 - \mu\eta - k\nu^2\mu^k\eta^k}}. \end{aligned}\right.$$

IV. Comme l'équation (8) se résout facilement par rapport à ν, il est avantageux de substituer au paramètre ν, variable de zéro à l'infini dans l'angle des coordonnées positives, le paramètre μ, qui y décroît de a^2 à zéro.

Alors le troisième membre de (9) devient

$$(10) \qquad \frac{Mc}{4ka}[\mu + k(a^2 - \mu)]^2 \frac{(d\mu)^2}{\mu(a^2 - \mu)} \int_0^1 \frac{\eta^k \, d\eta}{\sqrt{a^2 - \mu\eta - (a^2 - \mu)\eta^k}}.$$

Posons-y, pour simplifier, $\mu = a^2 \sin^2\varphi$, où φ sera un angle variable entre zéro et $\frac{\pi}{2}$; puis, après avoir extrait la racine carrée, qui figure dans la formule (1) du pouvoir refroidissant, intégrons le résultat de $\varphi = 0$ à $\varphi = \frac{\pi}{2}$; ce qui étendra la sommation à tous les filets compris dans l'angle dièdre des xy positifs. Enfin, multiplions par 4, pour tenir compte des trois autres dièdres analogues, et il viendra, pour le pouvoir refroidissant du courant sur l'ellipsoïde :

$$(11) \begin{cases} \text{Pouvoir refroidissant} \\ \quad = 8\theta_0 \sqrt{\dfrac{KCV a^2 c M}{\pi k}} \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\int_0^1 \frac{\eta^k \, d\eta}{\sqrt{1 - \eta \sin^2\varphi - \eta^k \cos^2\varphi}}} (\sin^2\varphi + k\cos^2\varphi) \, d\varphi. \end{cases}$$

On se souviendra que M y a la valeur tirée de (7) et que k y désigne le rapport de a^2 à b^2.

V. Les intégrations en η et φ ne paraissent guère effectuables, au moins sous forme finie, que dans les deux cas : 1° d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe (des z) parallèle au courant, c'est-à-dire dans l'hypothèse $k = 1$; 2° d'un ellipsoïde ayant sa section principale, perpendiculaire au courant, très aplatie, par exemple, suivant l'axe des x, de manière qu'on ait k infiniment petit.

Le premier cas, de l'ellipsoïde de révolution, ayant été traité directement dans la Note citée du 16 mai 1904, bornons-nous ici à celui de k infiniment petit, où l'intégration en η porte sur la différentielle $\frac{1}{\sin\varphi} \frac{d\eta}{\sqrt{1 - \eta}}$ et donne (entre les deux limites zéro et 1) $\frac{2}{\sin\varphi}$. La formule (11) devient donc, en se rappelant que k désigne le quotient de a^2 par b^2,

$$(12) \quad \text{Pouv. refroid.} = 8I\theta_0 \sqrt{\frac{2KCV b^2 c}{\pi} M}, \qquad \text{où} \qquad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin\varphi)^{\frac{3}{2}} \, d\varphi.$$

Or une réduction connue permet de diminuer de deux unités, dans l'intégrale I, l'exposant du sinus; après quoi la substitution $\sin\varphi = \cos^2\psi$

ramène cette intégrale à une intégrale elliptique complète F_1 de Legendre. Et il vient ainsi :

$$(13)\quad \begin{cases} I = \frac{1}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin\varphi}} \\ \quad = \frac{2}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1+\cos^2\psi}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1-\frac{1}{2}\sin^2\psi}} = \frac{\sqrt{2}}{3}F_1\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0,87402. \end{cases}$$

Il ne reste donc plus qu'à évaluer M ou, plutôt, l'intégrale définie en λ figurant dans l'expression (7) de son inverse. Si, d'abord, c est comparable à b ou que l'ellipsoïde soit un disque plat n'ayant de très petit que l'axe $2a$, on reconnaît aisément que le facteur a du numérateur rend cette intégrale évanouissante; de sorte que $M = 1$.

VI. Si, au contraire, c est très petit, comme a, ou que l'ellipsoïde soit une longue aiguille ayant le grand axe $2b$, les éléments correspondant aux petites valeurs de λ, dans le dernier terme de (7), éléments évidemment réductibles à

$$-\frac{ac}{2}(a^2+\lambda)^{-\frac{1}{2}}(c^2+\lambda)^{-\frac{3}{2}}d\lambda = \frac{ac}{a^2-c^2}d\sqrt{\frac{a^2+\lambda}{c^2+\lambda}},$$

donnent à ce terme la valeur $\frac{ac}{a^2-c^2}\left(1-\frac{a}{c}\right) = -\frac{a}{a+c}$; et la formule (12) devient

$$(14)\qquad \text{Pouv. refroid.} = 8I\theta_0\sqrt{\frac{2\,\mathrm{KCV}}{\pi}\,b^2(a+c)}.$$

Elle comprend comme cas particulier, si l'on y fait évanouir a devant c, la formule du disque.

On l'obtient d'ailleurs, sans employer la formule générale (11), en décomposant l'aiguille, par des plans normaux à l'axe principal $2b$, en tranches assimilables à des tronçons de cylindre elliptique battus par un courant perpendiculaire à l'axe du cylindre, cas traité à la fin de ma première Note de mai 1904 *Sur le pouvoir refroidissant des courants fluides* (*Comptes rendus*, t. CXXXVIII, p. 1134). Cette méthode directe a l'avantage de montrer que la formule (14), symétrique en a et c, subsiste quelle que soit la direction du courant dans le plan des deux petits axes $2a$, $2c$ de l'aiguille.

OPTIQUE. — *Franges d'interférence produites par le système de deux miroirs perpendiculaires entre eux.* Note de M. G. **Lippmann**.

On obtient des franges pareilles à celles des miroirs de Fresnel en employant, au lieu de deux miroirs dont l'angle est voisin de 180°, deux miroirs dont l'angle est voisin de 90°.

La théorie n'est pas la même que pour l'expérience de Fresnel : ici chacun des faisceaux interférents a subi deux réflexions. La moitié des rayons émanés d'un point lumineux S se réfléchit d'abord sur le miroir (1), puis sur le miroir (2) et donne finalement une image S′ de la source S. L'autre moitié est réfléchie d'abord par le miroir (2), puis par le miroir (1) et fournit une image S″ de la source. Les images S′ et S″ se confondraient si les miroirs faisaient un angle de 90°. Si cet angle est de $90° + \varepsilon$, les images S′ et S″ se séparent, et leur distance vue de l'intersection du miroir est égale à 2ε. Les deux images S′ et S″ fonctionnent comme deux sources synchrones et fournissent un système de franges, à frange centrale blanche, *parallèles à l'intersection du plan des miroirs* ([1]).

On peut donner à l'expérience plusieurs formes. En face d'une fente lumineuse on dispose deux glaces argentées, que l'on rend perpendiculaires entre elles à l'aide d'une équerre; ce réglage sommaire donne un angle voisin de 90° et capable de produire des franges. Il n'est pas nécessaire, comme dans les dispositifs de Fresnel, de régler la position de l'un des miroirs en le déplaçant parallèlement à lui-même : l'expérience est donc plus simple.

La source lumineuse étant une fente, au lieu d'être un point, il faut amener la fente à être parallèle à l'intersection des miroirs, pour avoir le maximum de netteté. Pratiquement il suffit, pour la netteté, d'amener la fente et l'intersection des miroirs à être dans un même plan.

Un autre dispositif dispense de l'emploi de deux miroirs argentés. En

---

([1]) Il ne faut pas confondre cette expérience avec une autre plus anciennement connue, qui est décrite dans le *Traité d'Optique* de M. Mascart (t. I, p. 462). Dans cette ancienne expérience une lame plane à faces parallèles joue un rôle essentiel; la théorie en est celle des miroirs parallèles de Brewster-Jamin. D'ailleurs, les franges ainsi produites sont *perpendiculaires* à l'intersection des miroirs. Les franges que je décris sont *parallèles* à cette intersection.

face d'une fente verticale on installe, à peu près verticalement, un prisme à réflexion totale isoscèle, comme il s'en trouve dans tous les laboratoires. La réflexion a lieu, réflexion totale, sur les deux faces de l'angle droit. Cet angle étant presque droit par construction, on obtient les franges du premier coup sans aucun réglage. Par contre, l'angle étant invariable, on ne peut plus faire varier à volonté l'intervalle entre les franges.

MINÉRALOGIE. — *Sur les microgranites alcalins du territoire de Zinder.* Note de M. A. LACROIX.

Dans la précédente séance, M. de Lapparent a présenté à l'Académie les intéressants résultats de l'étude des documents géologiques rapportés par les membres de la Mission de délimitation de la frontière du Sokoto.

Grâce à l'obligeance de notre confrère, j'ai pu examiner les roches éruptives recueillies par la même Mission. Celles dont l'état de fraîcheur permet une étude complète proviennent de Zinder et des environs de Gouré, à environ 100^{km} plus à l'est. Ces roches présentent plus que l'intérêt qui s'attache à tout document géologique provenant d'une région inexplorée. Celles de Gouré, en effet, se rapportent à un type de roches alcalines quartzifères, connu jusqu'à présent dans un très petit nombre de gisements; elles possèdent en outre des particularités spéciales. Ces roches forment au milieu du sable du désert de petits monticules, dont la surface est couverte de blocs provenant de leur désagrégation *in situ*.

Je ne ferai que citer les roches de Zinder, à rapporter à des aplites, à des pegmatites et au type, aujourd'hui bien connu, du *granite à ægyrine et riebeckite*. M. Foureau, qui, dans son grand voyage, a le premier recueilli des roches dans cette localité, se propose du reste de les étudier.

Les roches de Gouré sont des *microgranites* [1] *à ægyrine et amphiboles sodiques*, qui présentent deux types distincts; le premier est caractérisé par de nombreux cristaux porphyriques de quartz bipyramidé et de feldspaths, distribués dans une pâte quartzofeldspathique finement cristalline; dans le second type, au contraire, c'est cette même pâte qui prédomine, alors que les phénocristaux porphyriques de quartz et de feldspaths sont

(1) La collection contient aussi un petit fragment d'une roche lamprophyrique à orthose et augite avec fort peu de biotite et de hornblende (minette augitique), riche en riebeckite secondaire.

rares, mais on y distingue en grand nombre de petits cristaux verts ou bleuâtres de métasilicates, à aspect moucheté très caractéristique. A l'état intact, ces roches sont grises avec une teinte verdâtre, mais le plus souvent elles possèdent une coloration rouge, par suite de la transformation des minéraux ferrugineux en hématite.

L'examen microscopique montre que, comme dans les roches porphyriques ordinaires, les phénocristaux de quartz sont très corrodés; les feldspaths sont constitués par de l'orthose et de l'albite, existant en individus distincts ou groupés en microperlite. Le centre des cristaux est homogène, mais leurs bords englobent pœcilitiquement le quartz de la pâte. Celle-ci est holocristalline et essentiellement constituée par du quartz en grains ou en cristaux bipyramidés, associés à des feldspaths (orthose ou albite). L'orthose est xénomorphe et enveloppe le quartz; l'albite au contraire forme des cristaux aplatis suivant g^1, dont les sections longitudinales, allongées, donnent à la pâte une structure caractéristique.

Les minéraux colorés sont exclusivement constitués par de l'ægyrine, d'un vert foncé, très pléochroïque et par diverses amphiboles sodiques. L'une d'elles est d'un vert bleu tellement foncé que les propriétés optiques ne peuvent être déterminées avec précision; elle paraît différer de la riebeckite; la seconde amphibole est, elle aussi, extrêmement pléochroïque; les bords de ses cristaux n'ont pas la même teinte que leur centre [n_g = jaune verdâtre ou bleu vert; n_m = brun rosâtre à brun vert; n_p = jaune vert clair]. La biréfringence est faible, l'angle des axes très petit autour de la bissectrice aiguë négative: la dispersion est très forte, donnant lieu en lumière parallèle à des teintes de polarisation cuivrées qui rappellent celles des chlorites.

Cette amphibole, dont l'allongement est positif, se rapproche à certains égards de la katoforite et de la hastingsite, mais il est difficile de préciser la valeur de l'extinction maximum à cause de la rareté des clivages et de formes géométriquement déterminables; elle paraît être plus faible que dans ces amphiboles.

Dans le premier type de microgranites, l'ægyrine et l'amphibole à couleur variable forment uniquement de petites plages irrégulières, moulant les éléments de la pâte; dans le second type, l'ægyrine et l'amphibole à couleur uniforme présentent au contraire l'apparence de phénocristaux à formes distinctes, souvent groupés en petit nombre à axes parallèles, mais ce ne sont que des squelettes englobant pœcilitiquement les éléments de la pâte et réduits souvent à si peu de chose, malgré leur grand volume, qu'il est difficile de les étudier en lumière convergente. A ce propos, je ferai remarquer combien est caractéristique des pyroxènes et des amphiboles des roches alcalines acides cette cristallisation très tardive, qui en fait les derniers minéraux consolidés (à structure pœcilitique), tandis que les pyroxènes et les amphiboles des roches similaires calcosodiques cristallisent généralement avant les éléments blancs.

Je signalerai en terminant un minéral orthorhombique en baguettes incolores à allongement négatif, de biréfringence de 0,015; l'angle 2 V est très grand autour de la bissectrice aiguë positive, normale à une face de la zone d'allongement; la réfringence est supérieure à celle du quartz; la structure pœcilitique n'a pas permis d'isoler cette substance que je ne puis rapporter à aucune espèce connue.

Ces microgranites sont à comparer aux *paisanites* de MM. Osann et Rosenbusch; elles se distinguent cependant de la plupart d'entre elles, d'une part par leur structure plus franchement microgranitique et, d'une autre, par la nature de l'amphibole qui, dans ces roches, est d'ordinaire constituée par de la riebeckite.

L'analyse *a* a été faite par M. Pisani sur le type 1 de la roche de Gouré; elle est intéressante à comparer à celles des *paisanites* : *b*, du Mosquez Cañon, Texas (M. Osann); *c*, du Magnolia Point, Mass. (*in* Rosenbusch); *d*, du mont Scholoda, Abyssinie (M. Prior); et enfin à celle, *e*, d'une *rhyolite à ægyrine* de Helabala, désert Somali (M. Arsandaux) :

	a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
SiO^2	75,25	73,35	76,49	76,01	76,0
TiO^2	0,19	»	tr.	»	»
Al^2O^3	11,60	14,38	11,89	11,96	12,7
Fe^2O^3	0,78	1,96	1,16	2,06 (Fe²O³ + FeO)	2,1
FeO	3	0,34	1,56		0,6
CaO	0,70	0,26	0,14	0,26	0,2
MgO	0,39	0,09	tr.	tr.	»
Na^2O	3,98	4,33	4,03	4,46	4,0
K^2O	4,20	5,66	5,00	4,73	4,2
Perte au feu	»	»	0,38	0,28	1,1
	100,09	100,37	100,77	99,73	100,9

L'analogie chimique existant entre toutes ces roches est fort grande; elles sont essentiellement caractérisées par l'extrême pauvreté en chaux et souvent l'absence de la magnésie, par l'abondance des alcalis parmi lesquels la potasse est légèrement en excès sur la soude. La roche de Gouré renferme cependant un peu plus de fer, de chaux et de magnésie que les autres et contient une faible quantité d'acide titanique; ce sont ces petites différences chimiques qui entraînent la production d'une amphibole spéciale à la place de la riebeckite commune aux roches de tous les autres gisements.

Il est aujourd'hui devenu banal de parler de la richesse du continent africain en roches alcalines, mais il est intéressant de noter que tous les gisements de roches quartzifères à pyroxène et amphibole sodiques, qui y sont connus depuis peu, sont localisés dans deux provinces pétrographiques distinctes.

L'une d'elles est constituée par la région du Tchad, sur laquelle des notions précises viennent seulement de nous être rapportées. Aux roches

de Gouré et de Zinder, il faut ajouter les granites à ægyrine trouvés par M. Foureau dans l'Aïr, à environ 600^{km} plus au nord. Toutes ces roches, d'âge probablement ancien, constituent des massifs ou des filons au milieu de schistes cristallins; de petits échantillons de micaschistes et de gneiss à pyroxène ont été trouvés à Gouré en même temps que les microgranites. Les rhyolites à ægyrine, recueillies par MM. Foureau, Lacoin et par la mission Chari-Tchad, à l'Hadjer-el-Hamis, sur la rive sud du Tchad, et celles rapportées par le capitaine Lenfant de M'Bourao (lit du Mayo-Kebbi, affluent de la Bénoué) constituent la forme d'épanchement du même magma. Ces divers gisements sont compris entre les 6° et 12° de longitude est, le 9° et le 19° de latitude nord. Toutes les roches éruptives qui ont été rapportées du voisinage de la région ainsi délimitée, notamment, à l'ouest, des bords du Niger et, à l'est (mission Chari-Tchad), du Baguirmi, du Dar-Rounga et du Dar-Banda, sont constituées par des granites, très différents des précédents et appartenant à la série alcalino-calcique.

Une seconde province pétrographique ([1]) qui renferme des roches quartzifères ressemblant à celles du Tchad, mais accompagnées de types alcalins non quartzifères et de basaltes, se développe à 2000^{km} plus à l'est, dans l'Abyssinie et les régions voisines. En effet, c'est presque sur le même parallèle que Zinder, dans le Tigré, aux environs d'Adoua et d'Axoum, que se trouvent les paisanites analysées par M. Prior.

En outre, de nombreuses roches d'épanchement, parmi lesquelles s'en trouvent de comparables ou d'identiques à celles d'el Hamis, abondent dans le désert Somali-Dankali, le Choa et les plateaux Gallas. Enfin des rhyolites à riebeckite ont été signalées beaucoup plus au sud, au lac Naivasha au sud-sud-ouest du mont Kénia.

En terminant, je signale aux futurs explorateurs de l'Afrique centrale l'intérêt que présente dans cette région la récolte d'échantillons des roches les plus communes telles que les granites, trop souvent négligées comme d'intérêt médiocre : ce sont elles qui permettront de délimiter et de faire connaître d'une façon plus complète la nouvelle province pétrographique qui vient d'être spécifiée. Il serait à cet égard particulièrement

---

([1]) L'île de Socotra, où la riebeckite a été découverte pour la première fois (dans un granite), se rattache à cette province qui se prolonge au delà de la mer Rouge, dans l'Yemen. J'ai montré d'autre part antérieurement que les granites à ægyrine et à riebeckite abondent à Madagascar.

intéressant de connaître la constitution minéralogique de la région comprise entre l'Ouadaï et le Nil, région qui sépare l'une de l'autre les deux provinces pétrographiques dont il est question dans cette Note.

M. H. **Poincaré** fait hommage à l'Académie du premier volume d'un Ouvrage où il rassemble les *Leçons de Mécanique céleste* qu'il a professées à la Sorbonne.

Ce livre ne fait double emploi ni avec l'Ouvrage du même auteur sur *Les Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste*, ni avec le *Traité de Mécanique céleste* de Tisserand.

Dans *Les Méthodes nouvelles*, l'auteur s'était placé le plus souvent au point de vue du géomètre et avait recherché la parfaite rigueur analytique; l'approximation était ainsi poussée beaucoup plus loin que ne l'exige la pratique; on insistait à peine d'autre part sur les résultats anciens, regardés comme connus, de sorte que l'Ouvrage ne pouvait convenir au débutant et n'était accessible qu'au lecteur déjà familier avec la Mécanique céleste.

Dans son nouvel Ouvrage, M. Poincaré s'est efforcé avant tout au contraire de réduire les méthodes nouvelles à ce qui peut être immédiatement utile et de les rattacher aux méthodes anciennes en montrant comment elles sont logiquement et historiquement sorties de l'œuvre immortelle des fondateurs de la Mécanique céleste.

PRÉSENTATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui devra être présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique, pour la chaire d'Histoire naturelle des corps inorganiques, vacante au Collège de France par suite du décès de M. *Fouqué*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat, le nombre des votants étant 48,

M. Michel Lévy obtient. . . . . 47 suffrages
M. Cayeux » . . . . 1 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat, le nombre des votants étant 39,

M. Cayeux obtient . . . . 39 suffrages

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne . . . . M. **Michel Lévy.**
En seconde ligne . . . . M. **Cayeux.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, l'Ouvrage suivant :

La bobine d'induction, par M. H. Armagnat. (Présenté par M. E. Mascart.)

M. **Borel** (**Émile**), M. **Fabre** (**J.-H.**), M. **Richard** (**Gustave**) adressent des remercîments à l'Académie pour la distinction dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions limites et les opérations fonctionnelles*. Note de M. **Maurice Fréchet**, présentée par M. P. Painlevé.

I. De même qu'en Mécanique, une théorie préliminaire des vecteurs permet d'éviter la répétition des mêmes démonstrations sur les forces, les moments, les vitesses, etc.; de même, il y aurait avantage à détacher des théories sur les ensembles de points, de fonctions, de lignes, etc. et sur les opérations fonctionnelles définies dans ces ensembles, les propriétés qui leur sont communes. Mais il est indispensable, dans ce but, d'introduire, en outre de la notion de *puissance*, la notion de *limite* sans spécifier la nature des éléments auxquels elle s'applique. C'est de cette manière qu'on peut arriver (voir les *Comptes rendus*, 21 novembre 1904) à la généralisation d'un théorème fondamental de Weierstrass sur les fonctions continues.

Cette extension ne suppose rien sur la définition du mot limite, si ce n'est

que cette définition répond (comme dans les cas classiques) aux deux conditions suivantes : 1° si $A_1, A_2, \ldots, A_n \ldots$ sont des éléments identiques à un même élément A, la suite a pour limite A; 2° si la suite $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ a une limite A, toute suite d'éléments contenus dans la première et pris dans le même ordre a la même limite. On peut se demander s'il y aurait lieu d'ajouter à ces deux conditions la suivante (qui constitue une des propriétés les plus importantes des ensembles de points) : « *Tout ensemble dérivé est fermé.* » Ou bien cette condition ne résulte-t-elle pas des deux premières? La réponse à cette double question est négative; il suffit, pour le voir, de montrer que cette propriété se trouve en défaut lorsqu'on l'applique à l'une des définitions classiques de la limite. C'est, en effet, ce qui a lieu quand on prend pour éléments les fonctions réelles définies dans un même intervalle, et quand on adopte la définition classique de la limite (*non nécessairement uniforme*). Par exemple, à ce point de vue, l'ensemble dérivé de l'ensemble des polynomes n'est pas fermé. Ainsi, soit une suite infinie de fonctions distinctes $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$ qui tendent vers une fonction $f(x)$, chacune de ces fonctions $f_n(x)$ étant elle-même limite d'une suite infinie $f_n^{(1)}, f_n^{(2)}, \ldots, f_n^{(p)}, \ldots$, et toutes les fonctions $f(x)$, $f_n(x)$, $f_n^{(p)}(x)$ étant supposées uniformes dans un même intervalle (a, b) : *on ne peut généralement pas trouver parmi les fonctions f_n^p une suite infinie $f_n^{p_1}, \ldots, f_{n_i}^{p_i}, \ldots$ qui ait pour limite f.*

II. Cette remarque donne de l'intérêt à la proposition à laquelle je suis arrivé, d'après laquelle : *lorsque les fonctions précédentes f, f_n, f_n^p sont mesurables, on peut cependant trouver parmi les fonctions f_n^p une suite infinie $f_{n_1}^{p_1}, f_{n_2}^{p_2}, \ldots, f_{n_i}^{p_i}, \ldots$ qui tend vers f en tous les points de (a, b), sauf en un ensemble de mesure nulle.*

Comme corollaire, on voit que *toute fonction pouvant rentrer dans la classification de M. Baire est la somme d'une série de polynomes, sauf en un ensemble de mesure nulle.*

III. *Les opérations fonctionnelles.* — En revenant à la considération des opérations fonctionnelles continues, définies (voir la Note déjà citée) dans un ensemble fermé d'éléments *quelconques*, on peut encore ajouter d'autres généralisations de théorèmes connus. Ainsi, appelons *ensemble continu* tout ensemble fermé E, tel que, étant donnés deux éléments quelconques A, B de E, on puisse trouver un ensemble E_{AB} contenu dans E, renfermant A, B et qui corresponde univoquement aux points de l'intervalle (0, 1) de façon que, si dans cet intervalle la suite de points $x_1, x_2, \ldots, x_n$ a une limite x, les éléments correspondants de E_{AB} tendent vers l'élément cor-

respondant à x. Ceci étant, *toute opération fonctionnelle continue dans un ensemble* continu *prend au moins une fois dans cet ensemble chacune des valeurs comprises entre deux quelconques des valeurs qu'elle y prend.*

Une autre proposition nécessite pour sa démonstration d'importantes modifications au raisonnement qu'on emploie dans le cas particulier des fonctions d'une variable, afin de se passer de l'emploi des intervalles. C'est la suivante : *la condition nécessaire et suffisante pour qu'une série d'opérations fonctionnelles continues* $U^{(1)}, \ldots, U^{(n)}, \ldots$ (*définies dans un ensemble compact et fermé* E *d'*éléments quelconques) *ait pour somme une opération* U continue *dans cet ensemble, est que cette série converge* quasi uniformément *dans cet ensemble.* Nous disons que la série converge quasi uniformément vers U dans E si : 1° elle converge vers U en tout élément de E; 2° étant donnés deux nombres positifs ε et N, on peut trouver $N' \geqq N$ tel que, en tout élément A de E, on puisse choisir un entier n_A compris entre N et N' pour lequel on ait

$$|U_A - [U_A^{(1)} + U_A^{(2)} + \ldots + U_A^{(n_A)}]| < \varepsilon.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les substitutions à trois variables et les courbes invariantes par une transformation de contact.* Note de M. S. **Lattès**, présentée par M. P. Painlevé.

1. Je me suis proposé de déterminer les courbes et les surfaces invariantes par une substitution à trois variables et passant par un point double de la substitution. Dans le domaine d'un tel point, la substitution se ramène à la forme

$$(1) \quad X = S_1 x + F(x, y, z), \qquad Y = S_2 y + \Phi(x, y, z), \qquad Z = S_3 z + \Theta(x, y, z),$$

S_1, S_2, S_3 étant les racines supposées distinctes de l'équation en S et F, Φ, Θ, trois fonctions que je suppose holomorphes. En se bornant aux courbes analytiques, c'est-à-dire telles que deux des coordonnées x, y, z soient des fonctions holomorphes de la troisième, on obtient le résultat suivant :

Si S_1, S_2, S_3 *sont différents de* 0 *et de* 1 *et si aucune des racines* S_1, S_2, S_3 *n'est une puissance entière d'une autre racine, il existe trois courbes analytiques invariantes, et trois seulement, passant par le point double.*

En cherchant de même une surface analytique invariante, on démontre la proposition suivante :

Si S_1, S_2, S_3 *sont différents de* 0 *et de* 1 *et si aucune des racines n'est égale*

au produit de deux puissances entières des deux autres racines, il existe trois surfaces analytiques invariantes passant par le point double, quand 1 *n'est pas compris entre le plus grand et le plus petit des nombres* $|S_1|$, $|S_2|$, $|S_3|$, *et une surface invariante dans le cas contraire.*

Dans le premier cas, les trois surfaces obtenues sont les seules surfaces analytiques invariantes passant par le point double; je ne puis rien affirmer dans le second cas.

Les résultats précédents généralisent une proposition établie par M. Poincaré pour une substitution à deux variables [1].

L'analogie de ces résultats avec ceux relatifs aux courbes définies par des équations différentielles, dans le domaine d'un point singulier, peut s'expliquer en considérant la substitution

$$(2)\quad X = x + (S_1 x + \ldots)\delta t, \quad Y = y + (S_2 y + \ldots)\delta t, \quad Z = z + (S_3 z + \ldots)\delta t.$$

Les équations fonctionnelles définissant les courbes ou les surfaces invariantes par (2) deviennent, lorsque δt tend vers zéro, des équations différentielles. Dans cet ordre d'idées, j'énoncerai encore le résultat suivant :

Si $|S_1|$, $|S_2|$, $|S_3|$ sont tous trois plus grands (ou plus petits) que 1, toute courbe, *analytique ou non*, invariante par (1) est définie par des équations de la forme

$$F_1^{\frac{1}{\log S_1}} \omega_{\log S_1}(\log F_1) = F_2^{\frac{1}{\log S_2}} \omega_{\log S_2}(\log F_2) = F_3^{\frac{1}{\log S_3}} \omega_{\log S_3}(\log F_3),$$

où F_1, F_2, F_3 sont trois fonctions de x, y, z holomorphes et nulles à l'origine et $\omega_a(x)$ une fonction périodique arbitraire de période a. Lorsque la substitution (1) devient (2), on retrouve, en faisant tendre δt vers zéro, un résultat bien connu de l'étude des équations différentielles.

2. Soit maintenant à trouver une courbe invariante par une transformation de contact :

$$(3)\qquad X = f(x, y, y') \qquad Y = \varphi(x, y, y'), \qquad Y' = \theta(x, y, y')$$

et passant par un élément double de cette transformation. Ce problème se ramène à l'un des précédents. Si l'on remplace dans la transformation (3) y' par z, elle devient une substitution à trois variables

$$(4)\qquad X = f(x, y, z), \qquad Y = \varphi(x, y, z), \qquad Z = \theta(x, y, z).$$

---

[1] POINCARÉ, *Sur les courbes définies par des équations différentielles* (*Journal de Liouville*, 1886, p. 193).

Soit $y = \psi(x)$ l'équation d'une courbe invariante par (3) : on en déduit une courbe $y = \psi(x)$, $z = \psi'(x)$ invariante par (4). Réciproquement, si l'on a obtenu une courbe analytique $y = \psi(x)$, $z = \chi(x)$ invariante par (4), la courbe $y = \psi(x)$ est-elle invariante par (3), autrement dit la fonction $\chi(x)$ est-elle la dérivée de $\psi(x)$? Il est facile de voir que cette condition n'est satisfaite que par deux des trois courbes invariantes et non pas par la troisième. La transformation (4) peut en effet se ramener à la forme

$$X = f(x, y, z) = ax + by + cz + \ldots, \qquad Y = \varphi(x, y, z) = By + \ldots,$$
$$Z = \alpha x + \beta y + \gamma z + \ldots.$$

Pour deux des trois courbes invariantes, on a $y'_0 = 0$. Or, la transformation (4) provenant d'une transformation de contact, on a, pour tout point (x, y, z) d'une courbe invariante, les égalités

$$Z = \frac{\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial y} z + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z} z'}{\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{\partial f}{\partial y} z + \dfrac{\partial f}{\partial z} z'}, \qquad Y' = \frac{\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial y} y' + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z} z'}{\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{\partial f}{\partial y} y' + \dfrac{\partial f}{\partial z} z'}.$$

De ces égalités et de celles qui s'en déduisent par dérivation on tire (en remplaçant x, y, z et y'_0 par zéro) : $y'_0 = z_0$, $y''_0 = z'_0$, ..., $y_0^{(p)} = z_0^{(p-1)}$ et la fonction z est bien la dérivée de y. Pour la troisième courbe invariante, au contraire, y'_0 n'est pas nul et cette propriété n'est plus vérifiée. Ainsi :

Par un élément double d'une transformation de contact passent en général deux courbes invariantes par la transformation.

Les fonctions $y = \psi(x)$ ainsi déterminées vérifient les deux équations fonctionnelles :

$$(5) \qquad \psi[f(x, \psi, \psi')] = \varphi(x, \psi, \psi'),$$
$$(6) \qquad \psi'[f(x, \psi, \psi')] = \theta(x, \psi, \psi').$$

Si une fonction vérifie l'équation (5), on en conclut, en dérivant cette équation, qu'elle vérifie aussi, soit l'équation (6), soit l'équation

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y' + \frac{\partial f}{\partial y'} y'' = 0.$$

Dans une Note présentée à l'Académie (30 novembre 1903), j'ai signalé des solutions de l'équation (5) et j'observais que les courbes obtenues n'étaient pas à proprement parler des courbes invariantes : elles vérifient l'équation (5), mais non l'équation (6).

La recherche des courbes invariantes par polaires réciproques par rapport à la conique $2y - x^2 = 0$ conduit à deux équations de la forme (5) et (6). La solution générale de ces équations est la suivante :

$$x = F(t) + \Phi(t), \qquad y = \frac{F^2(0)}{2} + \int_0^t [F(t) - \Phi(t)][F'(t) + \Phi'(t)]\, dt,$$

$F(t)$ étant une fonction *paire* arbitraire et $\Phi(t)$ une fonction *impaire* arbitraire du paramètre t.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les sous-groupes invariants d'indice p^2.* Note de M. **G.-A. Miller**, présentée par M. Jordan.

Soit G un groupe quelconque contenant un sous-groupe invariant (H) d'indice p^2, p étant un nombre premier quelconque. Puisque le groupe $\frac{G}{H}$ est abélien, H comprend le sous-groupe commutateur [1] de G. Il comprend également la puissance p^2 de chaque opération de G. Donc le plus grand sous-groupe (H′) de G, lequel est commun à tous ses sous-groupes invariants d'indice p^2, contient tous les commutateurs de G aussi bien que la puissance p^2 de chaque opération. De ceci il résulte que $\frac{G}{H'}$ est un groupe abélien ne renfermant aucune opération dont l'ordre excède p^2.

Chaque sous-groupe invariant d'indice p^2 contenu dans G correspond à un sous-groupe d'indice p^2 contenu dans $\frac{G}{H'}$, et *vice versa*. Le nombre de ces derniers est égal au nombre de sous-groupes d'ordre p^2 dans $\frac{G}{H'}$ [2]. Nous déterminons d'abord la forme de ce nombre.

Soit p^n l'ordre de $\frac{G}{H'}$. Lorsque n est pair, le nombre des invariants de ce groupe est $\frac{n}{2} + \alpha \left(0 \overline{\overline{<}} \alpha \overline{\overline{<}} \frac{n}{2}\right)$. Si n est impair le nombre de ses invariants est $\frac{n+1}{2} + \alpha$. Dans le premier cas, le nombre de sous-groupes invariants d'indice p^2 contenus dans G est

$$\frac{\left(p^{\frac{n}{2}+\alpha} - 1\right)\left(p^{\frac{n}{2}+\alpha-1} - 1\right)}{(p^2-1)(p-1)} + \frac{p^{\frac{n}{2}+\alpha-1}\left(p^{\frac{n}{2}-\alpha} - 1\right)}{p-1}.$$

---

(1) *Quarterly Journal of Mathematics*, t. XXVIII, 1896, p. 266.

(2) Weber, *Lehrbuch der Algebra*, t. II, 1899, p. 56.

Dans le dernier cas, ce nombre est

$$\frac{\left(p^{\frac{n+1}{2}+\alpha}-1\right)\left(p^{\frac{n+1}{2}+\alpha-1}-1\right)}{(p^2-1)(p-1)}+\frac{p^{\frac{n+1}{2}+\alpha-1}\left(p^{\frac{n-1}{2}-\alpha}-1\right)}{p-1}.$$

Dans les deux cas, ce nombre est

$$a_0+a_1 p+a_2 p^2+\ldots+a_\beta p^\beta+\ldots$$

où les coefficients satisfont aux conditions suivantes : $a_\beta \leqq \frac{\beta}{2}+1$; si $a_\beta=0$, il faut que $a_{\beta+1}=0$; et si a_β est le plus grand nombre entier qui n'excède pas $\frac{\beta}{2}+1$, il suit que $a_{\beta-1}$ est le plus grand nombre entier qui n'excède pas $\frac{\beta-1}{2}+1$.

On peut déduire des conditions précédentes des formules importantes sur les nombres de sous-groupes invariants d'indice p^2 contenus dans G. Les plus utiles sont les suivantes : si G contient plus d'un sous-groupe invariant d'indice p^2, le nombre de ces sous-groupes est $\equiv 1+p \mod p^2$. Si G contient plus de $1+p+2p^2$ sous-groupes invariants d'indice p^2, leur nombre est $\equiv 1+p+2p^2 \mod p^3$.

MÉCANIQUE. — *Au sujet de la déviation des corps dans la chute libre.* Note de M. DE SPARRE, présentée par M. Léauté.

Dans la chute libre les corps ont, comme on sait, une déviation vers l'est qui est donnée par la formule

$$y=\tfrac{1}{3}\omega g t^3 \cos\lambda.$$

Mais beaucoup d'auteurs disent que, si l'on pousse l'approximation plus loin, on obtient une déviation vers le sud, donnée par la formule

$$x=\omega^2 \sin\lambda \cos\lambda \frac{gt^4}{6};$$

or ceci n'est pas exact. L'erreur provient de deux causes :

1° De ce que l'on a négligé la variation de la force centrifuge pendant la chute du corps;

2° De ce que l'on a également négligé la variation de l'attraction en grandeur et direction pendant la chute ([1]).

Si l'on veut tenir compte de ces deux causes, et en supposant d'abord la terre sphérique et homogène, on est conduit à distinguer deux cas :

1° La chute a lieu dans un puits; on trouve alors une déviation vers le *sud* exprimée par la formule

$$x = \tfrac{1}{8}\omega^2 \sin\lambda \cos\lambda\, g t^4,$$

donc égale au $\frac{3}{4}$ de celle indiquée habituellement.

2° La chute a lieu du haut d'une tour; dans ce cas on trouve une déviation vers le *nord* exprimée par la formule

$$x = -\tfrac{1}{8}\omega^4 \sin^3\lambda \cos\lambda\, R t^4,$$

où R désigne le rayon de la terre. De plus ces deux déviations sont mesurées par rapport à la verticale du point de départ, qui fait avec celle du point d'arrivée un angle de l'ordre de ω^2.

Cette déviation vers le nord est beaucoup plus faible que celle vers le sud, donnée pour le cas précédent.

Dans ce qui précède nous avons supposé la Terre sphérique; il y a lieu toutefois de remarquer que l'influence de la forme ellipsoïdale de la Terre introduit des termes de l'ordre de ω^2 dans l'expression de la déviation.

Si l'on assimile la Terre à un ellipsoïde de révolution homogène aplati dont le demi-grand axe serait a et le demi-petit axe b et si l'on pose de plus

$$a^2 - b^2 = c^2, \qquad k = \frac{c}{b},$$

on a, par rapport à la verticale du point de départ, une déviation toujours vers *le sud* dont la partie principale est donnée, *pour la chute dans un puits,* par la formule

$$x = \frac{1}{8} g\omega^2 t^4 \sin\lambda \cos\lambda \left(1 - \frac{gk^2}{5b\omega^2}\right),$$

et, pour la chute *du haut d'une tour,* par la formule

$$x = \frac{1}{40}\frac{gk^2}{b} \sin\lambda \cos\lambda.$$

Si l'on introduisait la hauteur de chute h, la première de ces formules deviendrait

$$x = \frac{1}{2}\frac{\omega^2 h^2}{g} \sin\lambda \cos\lambda \left(1 - \frac{gk^2}{5b\omega^2}\right)$$

([1]) L'attraction fait avec la verticale un angle, par suite duquel la direction de l'attraction varie pendant la chute.

et la deuxième

$$x = \frac{h^2 k^2}{10 b} \sin\lambda \cos\lambda.$$

On peut remarquer que cette dernière déviation vers le sud est, avec les valeurs de a et b correspondant à la forme de la Terre, plus de 100 fois plus forte que celle vers le nord que l'on obtient pour la Terre supposée sphérique.

Toutes ces déviations sont d'ailleurs beaucoup trop petites pour être constatées par l'expérience; la plus forte d'entre elles serait à peine de $\frac{1}{10}$ de millimètre pour une chute de 1000^{m}.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une formule fondamentale de la théorie cinétique*. Note de M. **P. Langevin**, présentée par M. Mascart.

I. La seule méthode rigoureuse en théorie cinétique des gaz est la méthode dynamique introduite par Maxwell et développée par Kirchhoff, à laquelle M. Boltzmann consacre une partie importante de ses *Leçons sur la théorie des gaz* (1).

Malheureusement elle conduit à des calculs d'une extrême complexité que Maxwell n'a poussés jusqu'au bout que dans le cas où les molécules se repoussent en raison inverse de la cinquième puissance de la distance, grâce à une simplification considérable qu'introduit cette loi particulière d'action. Les résultats qu'il obtint ne s'accordent pas cependant avec les faits expérimentaux; la loi d'action qu'il y a lieu d'admettre entre les molécules n'est pas celle qui conduit aux calculs les plus simples. Et pour cette seule raison *il est essentiel de pouvoir prolonger la méthode dynamique dans le cas d'une loi d'action quelconque.*

De plus, la méthode ordinairement suivie, celle de Clausius ou des chemins de libre parcours, a l'avantage d'être concrète, tangible, et de permettre, sans trop d'efforts analytiques, de pénétrer dans le détail des phénomènes de diffusion, de frottement intérieur, de conductibilité calorifique ou électrique, mais elle n'est applicable que dans le cas où l'on assimile les molécules à des solides élastiques, n'exerçant d'action mutuelle qu'au contact et encore conduit-elle à des résultats suspects parce qu'elle ne tient pas compte des conditions dynamiques dans lesquelles se produisent les chocs : c'est une méthode essentiellement statistique, où l'on évalue le nombre total des chocs, en faisant jouer à tous le même rôle, que la perturbation apportée par eux dans le mouvement des molécules soit importante ou légère.

---

(1) L. Boltzmann, *Théorie des gaz*, traduction française de MM. Gallotti et Bénard (Paris, Gauthier-Villars, 1902-1904).

II. Je suis parvenu à résoudre complètement par la méthode de Maxwell le problème de la diffusion de deux gaz l'un dans l'autre en supposant une loi quelconque d'action entre les molécules des deux gaz et à obtenir, pour le coefficient de diffusion mutuelle ou pour la mobilité relative sous l'action de forces extérieures, une formule générale ne faisant intervenir qu'une intégration graphique analogue à celle effectuée par Maxwell dans le cas particulier qu'il a traité. Ce calcul graphique devient inutile si les molécules sont des sphères élastiques.

III. Dans ce dernier cas, il est intéressant de comparer au résultat de la méthode de Clausius la formule exacte à laquelle j'aboutis pour le coefficient de diffusion d'un gaz dont les molécules ont la masse m_1 dans un gaz de molécules m en nombre égal à M par unité de volume, σ étant la somme des rayons de deux molécules m et m_1 et h une constante inversement proportionnelle à la température absolue, la même pour tous les gaz et égale aux trois quarts de l'inverse de l'énergie cinétique moyenne d'une molécule :

$$D = \frac{3}{16\sigma^2 M \sqrt{\frac{\pi h m m_1}{m + m_1}}}.$$

M. Boltzmann [1] déduit de la méthode de Clausius une formule qui prend une forme analogue à celle-ci dans le cas seulement où le gaz m_1 est rare par rapport au gaz m et qui devient alors

$$D_0 = \frac{2}{3\pi\sigma^2 M \sqrt{\pi h (m + m_1)}}.$$

En dehors du coefficient numérique, sans grande importance, les deux formules diffèrent surtout par la substitution de $\frac{m m_1}{m + m_1}$ à $m + m_1$, de sorte que la méthode des libres parcours conduit à un coefficient beaucoup trop faible dans le cas où les molécules m et m_1 sont très différentes, le raisonnement purement statistique étant particulièrement faux dans ce cas.

IV. La formule générale permet, sans qu'il soit nécessaire d'effectuer les intégrations graphiques correspondantes, de montrer que le coefficient de diffusion sous pression constante varie avec la température absolue T

---

(1) L. Boltzmann, *Théorie des gaz,* trad. franç., t. I, p. 90.

comme

$$T^{\frac{3}{2}+\frac{2}{n}}$$

si les molécules se repoussent en raison inverse de la $n+1^{\text{ième}}$ puissance de la distance. Cette loi comprend comme cas particulier le résultat de Maxwell en T^2 dans le cas de la cinquième puissance et celui $T^{\frac{1}{2}}$ relatif aux chocs élastiques, assimilables à une action suivant une puissance infinie au moment du choc. La loi expérimentale de variation donne l'exposant 1,70 environ, intermédiaire entre $\frac{3}{2}$ et 2, qui correspondrait à la dixième puissance si une loi aussi simple était valable à toute distance.

V. Le problème qui m'a conduit à rechercher la solution générale est celui du déplacement dans un gaz de centres électrisés qui attirent les molécules neutres à cause de la polarisation diélectrique de celles-ci ([1]), avec possibilité de chocs élastiques si le contact direct se produit entre le centre électrisé et la molécule. L'application de la formule générale à cette loi d'action complexe nécessite des calculs numériques très étendus, pour lesquels M. Moulin a bien voulu m'aider et qui conduisent aux résultats suivants :

1° A la température ordinaire, l'attraction des molécules neutres est insuffisante pour expliquer la faible mobilité des ions; dans l'air sec, il y a lieu d'admettre pour les ions négatifs un diamètre sensiblement double et pour les positifs un diamètre sensiblement triple de celui des molécules; cette différence correspondant bien à l'extrême petitesse des corpuscules cathodiques, centres des ions négatifs, par rapport aux centres positifs, de la grosseur des molécules. Une seule couche de molécules neutres maintenues par attraction électrostatique autour de chacun de ces centres représente bien le résultat obtenu pour la grosseur des ions.

2° Dans les flammes, où la mobilité des charges négatives est beaucoup (environ trente fois) plus grande que celle des charges positives, et où probablement les agglomérations n'existent pas à cause de la température élevée, l'application de la formule générale permet de calculer, en partant des mobilités expérimentales, la masse des ions par rapport à celle des molécules. *On trouve ainsi pour les centres négatifs une masse environ mille fois inférieure et pour les positifs une masse égale à celle de l'atome d'hydro-*

([1]) P. Langevin, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXVIII, 1903, p. 317.

gène, en conformité complète avec les résultats relatifs aux rayons cathodiques ou aux rayons de Goldstein.

La plus grosse partie de la conductibilité des flammes est ainsi due à la présence de particules cathodiques libres provenant de la dissociation corpusculaire spontanée [1], *dans le volume de la flamme, d'un certain nombre de molécules sous l'action de la température élevée.*

ÉLECTRICITÉ. — *Mesure de la conductibilité des diélectriques au moyen des gaz ionisés.* Note de M. **Charles Nordmann**, présentée par M. Lœwy.

Dans toutes les méthodes employées jusqu'ici pour la mesure de la résistance des isolants, on soumettait ceux-ci à une différence de potentiel donnée et l'on étudiait à l'aide soit d'un galvanomètre très sensible, soit d'un électromètre pour les isolements très grands, l'intensité du courant de charge produit par cette différence de potentiel.

Le procédé que je vais décrire est basé sur un principe entièrement différent : il consiste à fournir à l'une des faces a du diélectrique (dont l'autre b est à la terre) des quantités constantes et connues d'électricité dans l'unité de temps et à observer électrométriquement le potentiel variable de cette face a.

Soient Q la quantité constante d'électricité ainsi fournie à a, E le potentiel de a, R la résistance du diélectrique, C la capacité de l'appareil et de ses connexions électrométriques. On peut écrire que l'augmentation de charge de l'appareil dans le temps dt est égale à la quantité connue d'électricité qu'il a reçue dans ce temps moins la perte au sol à travers la résistance

$$C\,dE = Q\,dt - \frac{E}{R}\,dt \qquad \text{d'où} \qquad R = \frac{E}{Q\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right)} \; [2];$$

expression qui au bout d'un temps très court (moins d'une minute quand R est de l'ordre de 10^{11} ohms ou plus petit, et C de l'ordre de 10^{-4} microfarad) se réduit à $R = \frac{E}{Q}$.

---

[1] P. Langevin, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXVIII, 1903, p. 360.

[2] C'est précisément la relation que j'ai utilisée dans le principe de l'ionographe (voir *Comptes rendus*, 14 juin et 20 juin 1904); mais dans cet appareil, contrairement à ce qui se passe ici, R est donné et c'est Q qui est l'inconnue.

Le potentiel reste donc stationnaire quand il a atteint la valeur $E = QR$.

Réalisation et limites d'application de la méthode. — L'une des armatures d'un condensateur à air étant isolée et réunie à la face *a* du diélectrique, on ionise à l'aide d'un échantillon radifère d'activité constante l'air situé entre les deux armatures et l'on porte la seconde à l'aide de piles de charge à un potentiel suffisant pour produire le courant de saturation entre les armatures. Sous l'influence du champ existant entre celles-ci, *a* recueille par seconde une quantité Q d'électricité qui dépend de l'activité de l'échantillon radifère employé et des dimensions du condensateur. Avec les échantillons les plus actifs Q est de l'ordre de 10^{-8} coulomb par seconde; pour avoir de très petites valeurs de Q on peut utiliser l'ionisation spontanée de l'air atmosphérique en vase clos (on utilise alors un condensateur cylindrique fermé) qui donne des valeurs de Q de l'ordre de 10^{-14} coulomb-seconde et qui varie très peu d'une heure à l'autre. Entre ces limites on peut avoir toute une échelle de valeurs intermédiaires de Q, en se servant de deux ou trois échantillons radifères d'activités décroissantes; avec un seul échantillon on peut avoir une série de valeurs de Q très étendue; il suffit pour cela d'utiliser l'échantillon en le plaçant dans un petit récipient en plomb épais ouvert d'un côté; sur ce côté on place des écrans métalliques d'épaisseurs variables qui ne laissent passer que la fraction que l'on veut de l'activité du rayonnement.

Supposons par exemple que l'on opère avec un électromètre de sensibilité moyenne dont l'échelle permet les lectures exactes de 0,01 à 1 volt. On produit alors une ionisation du gaz correspondant à une valeur de la limite $E = QR$ comprise entre 0,01 et 1 volt et de la formule $R = \frac{E}{Q}$ on déduit la résistance à mesurer R, connaissant E donné par l'électromètre, et Q qui est donné par une mesure directe suivant la méthode ordinaire.

Puisque les valeurs réalisables de Q sont comprises entre 10^{-8} et 10^{-14} coulomb, les valeurs mesurables de R sont comprises entre 10^{6} et 10^{14} ohms, c'est-à-dire varient dans le rapport de 1 à 10^{8}. Les résistances spécifiques mesurables sont réparties sur une échelle encore plus considérable, car on peut employer la substance sous forme de plaques très minces et de grande surface ou sous forme de fil étroit et long.

Les résultats des mesures que j'ai faites de cette manière, sur divers isolants industriels, seront publiés ultérieurement. Tel qu'il est exposé plus haut le procédé s'applique aux corps dont la conductibilité a une valeur définie.

Cette méthode permet d'aborder d'un point de vue nouveau, comme je le montrerai prochainement, une question pendante, à savoir : si l'isolement variable avec le temps de certains diélectriques provient d'une variation de leur pouvoir inducteur apparent, ou d'une modification réelle de leur résistivité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Influence de la vapeur d'eau sur la réduction des oxydes de fer par l'oxyde de carbone et l'anhydride carbonique.* Note de M. **O. Boudouard**, présentée par M. Troost.

Depuis l'apparition du travail de M. Gayley sur l'emploi de l'air sec dans les hauts fourneaux, les ingénieurs métallurgistes français restent un peu sceptiques quant aux résultats annoncés. L'explication rationnelle de l'économie de combustible provenant de l'emploi d'air sec a déjà fait l'objet de quelques Mémoires, dans lesquels on n'a malheureusement pu discuter que sur des hypothèses; mais si M. le professeur Le Chatelier, dans la *Revue de Métallurgie*, constate qu'il serait très onéreux de réaliser une expérience de contrôle dans les conditions où ont été effectuées les essais de M. Gayley, il pense, au contraire, qu'il serait facile d'instituer des expériences de laboratoire ayant pour objet d'étudier les conditions d'équilibre de l'oxyde de carbone avec le carbone et le minerai de fer ou de la vapeur d'eau avec le sulfure de calcium, et que ces expériences pourraient peut-être jeter un jour nouveau sur la question.

C'est guidé par ces conditions que j'ai recherché quelle pourrait être l'influence de la vapeur d'eau dans les phénomènes de réduction des oxydes de fer.

Les travaux de Lowthian Bell, Grüner, Deville, Debray, Tissandier et M. Moissan sur cette question sont bien connus; mais ces savants semblent n'avoir opéré qu'avec des gaz secs. En particulier M. Moissan indique que, pour avoir le métal par réduction de l'oxyde de fer à la température du ramollissement du verre, il faut employer un gaz parfaitement desséché à cause des actions secondaires.

Dans une première série d'expériences j'ai fait passer le mélange à volumes égaux d'anhydride carbonique et d'oxyde de carbone, tel qu'il résulte de la décomposition de l'acide oxalique par l'acide sulfurique, sur du sesquioxyde de fer. Les gaz étaient desséchés par leur passage à travers l'acide sulfurique, ou bien ils étaient saturés de vapeur d'eau à la température du laboratoire par barbotage dans un flacon laveur. L'oxyde ferrique, placé dans une nacelle de porcelaine, était pesé avant et après l'expérience, et la perte de poids observée permettait de mesurer l'action réductrice des gaz. La nacelle était chauffée à l'aide d'un four à résistance électrique dont on mesure la température au moyen d'un couple thermoélectrique. Chaque essai avait une durée d'une heure, et la vitesse de débit des gaz était d'environ 6^{l} à l'heure. On laissait refroidir dans une atmosphère réductrice.

Voici les résultats obtenus, les nombres indiquant la perte centésimale observée par rapport au poids initial d'oxyde de fer employé :

	Perte pour 100 du poids de Fe^2O^3.	
Températures.	$CO + CO^2$ secs.	$CO + CO^2$ humides.
400°	0,87	0,45
550°	4,3	3,8
800°	4,0	2,65
925°	5,6	4,4
1050°	6,5	6,9

La perte théorique d'oxygène de Fe^2O^3 pour Fe^3O^4 est 3,33 pour 100; celle de Fe^2O^3 pour FeO est 10 pour 100 et celle de Fe^2O^3 pour Fe est 30 pour 100. Le produit obtenu est donc un mélange de deux oxydes Fe^3O^4 et FeO; il est attirable par l'aimant.

Dans une deuxième série d'expériences j'ai étudié l'action réductrice de l'oxyde de carbone pur obtenu par la décomposition du formiate de soude sur le protoxyde de fer provenant de la calcination de l'oxalate ferreux. Les essais ont été conduits de la même manière que les précédents; seule la vitesse du courant gazeux à varié : elle n'était que de $4^l,5$ environ à l'heure. Ils ont donné les résultats suivants, les nombres indiquant la perte centésimale observée par rapport au poids initial de protoxyde de fer employé :

	Perte pour 100 du poids de FeO.	
Températures.	CO sec.	CO humide.
850°	15,3	11,0
1050°	21,5	21,5

La perte théorique pour arriver au fer métallique est 22,22 pour 100; à 1050°, la réduction est donc pratiquement complète. Le produit obtenu est très magnétique.

Ces expériences montrent nettement que les gaz réducteurs, à l'état sec, ont une action plus énergique qu'à l'état humide : la différence, qui est importante aux basses températures, devient nulle aux environs de 1000°; le phénomène présente exactement la même allure, qu'il s'agisse de l'action à volumes égaux de CO et CO^2 sur le sesquioxyde de fer, ou de l'action de l'oxyde de carbone sur le protoxyde de fer. Dans les régions les moins chaudes du haut fourneau, avec des gaz secs, il y aura donc une réduction plus complète de l'oxyde de fer par l'oxyde de carbone; comme on sait que la réaction de l'acide carbonique ainsi formé sur le carbone est d'autant moins énergique que la température est plus basse, il en résultera finalement une économie de combustible. Nous devons cependant remarquer que dans le haut fourneau, au niveau des tuyères, la vapeur d'eau se

décompose en hydrogène et oxygène, et nous n'avons pas actuellement de données exactes sur le rôle ultérieur de l'hydrogène qui, en présence de l'acide carbonique, peut régénérer de la vapeur d'eau et de l'oxyde de carbone.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'existence d'un sulfate vert normal de sesquioxyde de chrome.* Note de M. **Albert Colson**, présentée par M. G. Lemoine.

Préparation. — Pour continuer mes recherches sur la constitution des sulfates (*Comptes rendus*, 1904), j'ai préparé un sulfate chromique $Cr^2(SO^4)^3$ nouveau et parfaitement défini, en désoxydant une solution d'anhydride chromique refroidie à 0° par la quantité d'acide sulfureux nécessaire. La dissolution verte ainsi obtenue est évaporée dans le vide, puis maintenue dans le vide sec. Elle abandonne ainsi un corps solide, vert foncé, non cristallisé, hygrométrique, dont la composition est $Cr^2(SO^4)^3, 10H^2O$; car $0^g,3725$ de sel renferment 0,0985 Cr^2O^3 et fournissent 0,467 de sulfate de baryte.

Propriétés. — Il est surprenant que l'action du gaz sulfureux sur l'acide chromique ait été si mal étudiée; car le sulfate vert qu'elle fournit est tout aussi normal que le sel violet ordinaire. Tout d'abord il répond à la formule normale $Cr^2(SO^4)^3$; en d'autres termes, tout l'acide est combiné et non juxtaposé à la façon de l'eau de cristallisation, attendu que ses dissolutions diluées ne renferment pas d'acide libre. Même une faible quantité d'eau de baryte ($\frac{1}{18}$ de molécule BaO par molécule de sulfate chromique), ajoutée à une dissolution de ce sel à $\frac{1}{10}$ de molécule ne m'a fourni qu'un dégagement de $27^{Cal},2$ au lieu de $37^{Cal},6$, par molécule, qu'eût exigé l'acide libre, et toute la baryte ajoutée ne se retrouve pas à l'état de sulfate : une partie reste en dissolution à l'état de composé complexe dont la formation précède généralement la précipitation des sels chromiques $Ba(OH)^2$.

La formule brute $Cr^2(SO^4)^3$ étant ainsi légitimée, il me reste à différencier ce corps du composé vert isomère décrit par M. Recoura. Ce dernier, en solutions étendues, reprend assez vite la teinte violette du sulfate ordinaire, et il ne précipite pas par le chlorure de baryum. Au contraire, le nouveau sel vert conserve sa couleur, même au bout d'un an, et il précipite abondamment par les sels barytiques.

Dédoublement. — Ce n'est pas tout : j'ai constaté que la densité des solutions s'abaisse après qu'elles ont été chauffées à 100° : le sel vert initial change donc de composition. Effectivement, ajoutons 1^{mol} de baryte dissoute à 2^{mol} de notre sulfate vert dont la solution (à $\frac{1}{10}$ de molécule par litre) a été préalablement chauffée, puis vivement refroidie. Il se manifeste un dégagement de chaleur compris entre $37^{Cal},6$ et $37^{Cal},8$, avec précipitation de sulfate SO^4Ba pur. Or, une molécule d'acide SO^4H^2 pur dégage $37^{Cal},6$. L'addition d'une nouvelle quantité de baryte en faible quantité

donne ensuite un dégagement moindre. Donc l'ébullition dédouble notre sulfate vert comme les sulfates violets suivant les proportions :

$$(1)\qquad 2\,Cr^2(SO^4)^3 + H^2O = SO^4H^2 + Cr^4O(SO^4)^5.$$

Dans les deux cas, le pentasulfate obtenu est vert, mais il n'est pas identique, car la dissolution issue du sulfate violet retourne assez rapidement à la forme initiale par réaction inverse; tandis que, après 11 mois de contact, la solution provenant du sulfate vert normal reste verte, quoique au même taux que la solution violette et quoique l'acide mis en liberté par l'ébullition soit recombiné, comme l'attestent les mesures thermiques.

Constitution. — L'existence de trois composés de forme $Cr^2(SO^4)^3$ suscite la question fort délicate d'attribuer à chacun d'eux une formule propre, en rapport avec ses propriétés. Ces *formules de constitution,* analogues à celles de la Chimie organique, existent. Celle du sulfate vert normal peut se trouver en appliquant au chrome les méthodes classiques de Gerhardt. Le chrome étant tétravalent dans le sesquichlorure $Cl^3 \equiv Cr - Cr \equiv Cl^3$, la constitution du chlorure de chromyle en rapport avec cette capacité atomique et avec la densité de vapeur est $\genfrac{}{}{0pt}{}{O}{O}\!\!>\!Cr\!<\!\genfrac{}{}{0pt}{}{Cl}{Cl}$ et celle du chromate de potasse qui en découle est $\genfrac{}{}{0pt}{}{KO}{KO}\!>\!Cr\!<\!\genfrac{}{}{0pt}{}{O}{O}$. L'anhydride chromique qui procède de la réaction mutuelle de ces deux corps est alors, non pas CrO^3, mais $O^2 = Cr\!<\!\genfrac{}{}{0pt}{}{O}{O}\!>\!Cr = O^2$. L'action du gaz sulfureux faisant passer ce corps à l'état de sel chromique (à radical Cr — Cr) donne nécessairement, à cause du jeu des valences, le sel

$$SO^4 = Cr\overset{SO^4}{\diagup\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!\diagdown}Cr = SO^4,$$

que l'eau hydrate de la façon que j'ai indiquée pour les sulfates de zinc et de cuivre.

Cryoscopie. — La forme $Cr^2(SO^4)^3$ est affermie par la cryoscopie, telle que je l'interprète pour les sulfates. En effet, une solution aqueuse, à $\frac{2}{10}$ molécule par litre, de notre sel vert normal, provoque un abaissement de 0°,81. Dans les mêmes conditions, l'acide libre correspondant abaisse le point de congélation de l'eau de 2°,45, soit trois fois 0,81 environ. Ce rapport ne résulte pas d'une simple coïncidence, car notre sulfate, porté à l'ébullition et brusquement refroidi, produit un abaissement cryoscopique de 0°82. Or, l'ébullition dédoublant le sulfate vert conformément à l'équation (1) ci-dessus, le nombre des molécules ne change pas; donc, l'abaissement doit lui-même demeurer constant en dépit de la nature extrêmement différente des nouvelles molécules, si l'abaissement moléculaire d'un sulfate métallique quelconque est le même que celui de l'acide sulfurique, comme je le prétends, et comme l'expérience le montre une fois de plus.

En résumé, la Cryoscopie et la Chimie montrent que le sulfate de chrome résultant de la réduction de l'acide chromique par le gaz sulfureux renferme trois radicaux sulfuriques ($3SO^4$). De plus, ce sel $Cr^2(SO^4)^3, 10H^2O$

est un sulfate vert normal, en tout point comparable au sel violet correspondant. Enfin j'ai pu, en suivant les règles de la Chimie organique, attribuer à ce corps une véritable formule de constitution. Il me reste à chercher s'il existe un radical commun entre les sels verts isomères et à obtenir les autres sels correspondant à ce sulfate.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Séparation de 3 diméthylanthracènes obtenus dans l'action du chlorure de méthylène et du chlorure d'aluminium sur le toluène.* Note de M. **James Lavaux**, présentée par M. Haller.

Dans une précédente Note (*Comptes rendus*, t. CXXXIX, p. 976) j'ai cité les corps nouveaux que j'ai isolés parmi les produits de la réaction due à Friedel et Crafts de CH^2Cl^2 sur le toluène en présence d'$AlCl^3$. J'indiquerai ici les modifications que j'ai dû apporter au mode opératoire de ces auteurs et les méthodes qui m'ont permis de séparer les 3 diméthylanthracènes que j'ai appelés provisoirement A, B et C.

Modifications apportées au mode opératoire de Friedel et Crafts. — 1° J'ai été amené à employer, pour 250g de toluène et 90g de CH^2Cl^2, 120g d'$AlCl^3$ introduits d'un coup au lieu de 59g en 3 fois comme Friedel et Crafts. Jusqu'à cette proportion l'augmentation d'$AlCl^3$ est favorable à la production d'une plus grande quantité de carbures anthracéniques, mais il n'y a pas lieu de la dépasser. La réaction s'amorce seule en agitant un peu, il faut bientôt même refroidir pour la modérer.

2° Une innovation à laquelle j'attache la plus grande importance, dont j'ai découvert ailleurs le principe et que je crois applicable à toute réaction par $AlCl^3$, consiste à la régler par un bain d'eau, froide au début, que l'on chauffera progressivement, de telle sorte que la température soit *à chaque instant insuffisante pour produire seule un rapide dégagement d'*HCl, qui ne sera obtenu que grâce à une agitation très fréquente, pour ne pas dire continuelle. Si l'on cesse d'agiter, le dégagement gazeux devra se ralentir bientôt, puis s'arrêter pour reprendre par l'agitation. Celle-ci fait-elle dégager trop de gaz, la température est trop élevée. Cette façon d'opérer, dont j'expliquerai ailleurs le mécanisme, est très efficace. Elle permet d'atteindre des rendements élevés et de plus constants. On arrêtera l'opération quand, par l'agitation, il ne se dégagera plus d'HCl à la température de 80°.

3° J'ai enfin amélioré la méthode encore en un point. Friedel et Crafts distillaient toute la masse obtenue par traitement à l'eau du produit de la réaction. Ceci est inutile et mauvais. Après ce traitement, on obtient une bouillie jaune tenant en suspension à l'état de poudre très fine 39g de carbures anthracéniques et 3g en dissolution pour les proportions indiquées plus haut. On décante donc l'eau autant que possible, puis on essore le produit à la trompe, ce qui donne un carbure très propre si l'on a soin de le laver au toluène sur le filtre. On distille le reste, soit seulement 3g sur 42g de carbures anthracéniques.

Séparation des produits de la réaction. — Les portions essorées à la trompe sont un mélange des carbures A et B. Après quelques cristallisations dans le toluène, destinées à enlever des traces de goudrons, la matière fond vers 224°. On y ajoutera les produits similaires obtenus dans la distillation des liquides de la réaction. Pour séparer A on peut épuiser par le toluène froid la masse jusqu'à ce que le résidu fonde vers 237°, puis le cristalliser dans ce dissolvant jusqu'à point de fusion constant 240°. Afin d'abréger je dissous le tout dans du toluène bouillant, je laisse cristalliser une partie seulement du produit et je décante le liquide avec précaution. La partie déposée la première est riche en corps A que l'on purifie facilement. Le reste est épuisé à froid. En évaporant le toluène employé on obtient un carbure mélange de A et B fondant presque au même point qu'avant, 225°, que je n'ai pu séparer par des méthodes physiques. Je l'oxyde et transforme le tout en anthraquinones que j'épuise par l'alcool froid, ou en opérant par cristallisation partielle. J'isole ainsi une diméthylanthraquinone peu soluble fondant à 236°,5. Par évaporation l'alcool d'épuisement donne un produit fondant vers 163°. C'est un mélange de l'anthraquinone A avec un peu de B que je n'ai pu jusqu'ici séparer, mais d'où l'on peut régénérer un mélange de carbures très riche en A et séparable. L'anthraquinone f. 236°,5 correspond au carbure B que j'ai obtenu en la réduisant par le zinc et l'ammoniaque. Il fond à 244°,5. En mélangeant parties égales des carbures A f. 240° et B f. 244°,5 on obtient un corps f. 225° comme le produit initial dont l'analyse et la synthèse ont été ainsi effectuées.

Les portions liquides des produits de la réaction soumises à la distillation fractionnée donnent benzène, toluène, xylène et homologues supérieurs, ditolylméthane fondant à 289° après rectification. Puis distillent, vers 360° et au-dessus, des carbures solides qui cristallisent au sein d'un liquide huileux. J'essore à la trompe et lave au toluène les cristaux sur le filtre. J'obtiens ainsi au début un mélange des carbures A et B dissous. Distillant plusieurs fois ces produits huileux auxquels j'ajoute le toluène de lavage et répétant chaque fois le même traitement, je m'aperçois qu'ils se séparent en ditolylméthane, en carbures solides qui cristallisent et en matières résineuses indistillables. Mais en lavant au toluène les produits solides obtenus successivement on remarque qu'ils deviennent de plus en plus solubles dans ce dissolvant, au point de disparaître complètement par quelques gouttes. Dès lors, les produits obtenus seront essorés d'abord à la trompe puis avec des plaques poreuses, enfin cristallisés dans l'alcool. En combinant les cristallisations avec la sublimation fractionnée dans le vide qui éliminera *en tête* les produits étrangers, tous plus volatils, quoique fondant plus haut, on aura à peu près pur, fondant vers 86°, le diméthylanthracène C.

Enfin, dans la concentration des liqueurs mères ultimes de la purification des carbures A et B, de même que dans le traitement des portions moins solubles accompagnant le carbure C, on trouve un produit dont le point de fusion apparaît bientôt comme inférieur à 225° qui correspond au mélange A + B. En épuisant ces portions par l'alcool on arrive à isoler du β-méthylanthracène fondant à 205°. Ce corps et le carbure C sont en très faible proportion.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Giacobini (d 1904) faites à l'Observatoire d'Alger, à l'équatorial coudé de* 0^{m},318; par MM. **Rambaud** et **Sy**, présentées par M. Lœwy.

Dates. 1904.	Étoiles.	Temps moyen d'Alger.	☄ — ★ ΔR.	☄ — ★ ΔD.	Nombre de comparaisons.
		h m s	m s	′ ″	
Déc. 19......	*a*	16.50.31	—0.22,67	—4.47,3	12 : 12
19......	*a*	17.12.18	—0.20,18	—4.22,4	12 : 12
20......	*b*	16.44.28	+0.12,32	—8.48,1	12 : 12
20......	*b*	17. 0.15	+0.14,09	—8.28,5	12 : 12

Positions des étoiles de comparaison.

Étoiles.	Ascension droite moyenne 1904,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1904,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a..	16.19.58,99	+0,51	+28.27.19,1	— 2,3	A.G., Cambridge, n° 7625.
b..	16.21.56,45	+0,50	+28.59.21,6	— 2,4	A.G., Cambridge, n° 7647.

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1904.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s		° ′ ″	
Déc. 19.....	16.19.36,83	$\bar{1}$,678	+28.22.29,5	0,632
19.....	16.19.39,32	$\bar{1}$,672	+28.22.54,4	0,598
20.....	16.22.09,27	$\bar{1}$,731	+28.50.31,1	0,636
20.....	16.22.11,04	$\bar{1}$,727	+28.50.50,7	0,612

Déc. 19. — Condensation très nette avec un diamètre de 4″ environ, nébulosité peu étendue à l'ouest du noyau dans l'angle de position 282°.

MINÉRALOGIE. — *Sur les roches cristallines rapportées par la Mission saharienne.* Note de MM. **F. Foureau** et **L. Gentil**, présentée par M. A. Lacroix.

Les nombreux échantillons pétrographiques recueillis par l'un de nous, sur l'itinéraire de Ouargla au Congo par le Tchad, permettent de délimi-



ter, le long de cet itinéraire, de grandes zones de roches cristallines, éruptives ou métamorphiques, sur lesquelles nous désirons, par cette Note, appeler l'attention de l'Académie.

Les roches cristallophylliennes recouvrent de grandes surfaces entre le Tassili et le Tchad d'une part, le long du cours du Chari et du Gribingui de l'autre. Elles appartiennent à des types pétrographiques très variés (micaschistes, chloritoschistes, schistes amphiboliques, amphibolites, gneiss à enstatite et hornblende de l'Aïr, gneiss à hypersthène du Gribingui, gneiss à pyroxène, etc.). Des intercalations de *cipolins* se montrent çà et là, parmi lesquels un calcaire à forstérite et spinelle de l'Anahef.

Il paraît intéressant de constater que cette série renferme les types pétrographiques observés par l'un de nous dans des pointements triasiques du Tell algérien, alors qu'ils sont plus ou moins mal représentés le long des côtes barbaresques. Dans les gisements algériens, ces roches ont été amenées au jour, en fragments plus ou moins volumineux, avec le trias gypseux, par les efforts orogéniques; elles se développent donc vraisemblablement en profondeur, depuis le nord de l'Algérie, sous la couverture sédimentaire du Tell, du Grand Erg et du Tassili.

Des roches éruptives grenues affleurent, en beaucoup de points, dans les régions cristallines qui nous occupent, parmi lesquelles des types de granite très variés (granites à biotite, granites à amphibole, granites à pyroxène, un granite à sphène et allanite qui forme un massif imposant dans l'Anahef, des granulites à microcline, à anorthose ou à tourmaline, des granites à ægyrine ou à riebeckite) et des diorites avec ou sans quartz.

Parmi les granites dont l'énumération précède, certains sont remarquables par leur composition minéralogique et chimique.

Déjà les granulites à microcline ou à anorthose se montrent de plus en plus fréquentes à partir de l'Anahef jusque vers Zinder; mais le caractère alcalin des roches dont nous voulons parler atteint son maximum avec le granite à ægyrine des environs d'Iferouane (Aïr) et le granite à riebeckite et ægyrine de Zinder. Le premier rappelle fidèlement le granite à ægyrine signalé par M. A. Lacroix dans l'Ambongo (Madagascar).

L'échantillon rapporté de la région du Tchad n'a pas été recueilli en place, mais il est très vraisemblable que cette roche forme un massif important et qu'elle est accompagnée d'autres granites alcalins, d'autant plus que les granulites à microcline ou à anorthose redoublent de fréquence depuis Iferouane (Aïr) jusqu'à Zinder. En ce dernier point le granite à riebeckite se trouve en place.

NAVIGATION. — *Résistance de l'eau à la translation des navires. Carènes de moindre résistance.* Note de M. le vice-amiral **Fournier**, présentée par M. Bertin.

1. Les formules I et II, données dans ma Note précédente, ont été déduites, en grande partie, des mesures dynamométriques recueillies sur des petits modèles, réduits au seizième, de cinq bâtiments des types les plus dissemblables de notre flotte par leurs dimensions et leurs formes de carènes. Ces modèles avaient été soumis, il y a quelques années, dans un bassin de Brest aménagé à cet effet, à des tractions continues, à toutes les vitesses représentant, par similitude dynamique, c'est-à-dire réduites dans le rapport $\frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$, les vitesses réalisées sur les bâtiments eux-mêmes. Le Tableau ci-dessous reproduit les *valeurs moyennes* des résistances R_o subies par les modèles dans ces expériences, en regard de celles R_c que j'ai déduites des formules I et II.

La comparaison des nombres correspondants R_o et R_c de ce Tableau fait ressortir entre eux un accord aussi complet que possible.

	Terrible, garde-côtes cuirassé.	*Bayard*, cuirassé de station.	*Océan*, cuirassé d'escadre.	*Milan*, croiseur de deuxième classe.	*Bombe*, aviso-torpilleur.
$\varphi =$	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
$U =$	1,7670	1,7450	1,8030	9,369	0,0761
$L =$	5,5156	5,194	5,0940	5,775	3,700
$l =$	1,110	1,096	1,087	0,627	0,408
$p =$	0,4509	0,4250	0,4905	0,2209	0,1125
$\alpha =$	0,640	0,586	0,594	0,461	0,448
$\beta =$	0,715	0,700	0,669	0,626	0,650
$\gamma =$	0,779	5,756	0,752	0,732	0,728
$\delta =$	0,895	0,837	0,887	0,736	0,629
$\Omega =$	0,760	0,589	0,533	0,242	0,153
$W =$	1,875	1,920	1,780	2,237	2,494

Terrible			*Bayard*			*Océan*			*Milan*			*Bombe*		
V [1].	R_c.	R_o.	V.	R_s.	R_o.	V.	R_c.	R_o.	V.	R_c.	R_o.	V.	R_c.	R_o.
0,60	0,660	0,533	0,80	1,280	1,5	"	"	"	0,60	0,18	0,10	"	"	"
1,00	1,922	1,926	1,00	2,060	2,180	1,00	2,257	2,55	1,35	1,16	1,20	1,00	0,25	0,249
1,40	4,092	4,201	1,40	4,322	4,145	1,40	4,384	4,55	1,65	1,98	2,20	1,40	0,536	0,559
1,80	7,480	**7,746**	1,80	7,828	**8,528**	1,80	7,400	**8,95**	2,00	3,49	3,50	1,80	1,001	1,013
2,00	12,46	12,300	2,00	11,437	11,75	2,00	12,600	12,900	2,40	6,31	6,31	2,20	1,855	1,800
2,10	17,25	17,300	2,10	15,00	15,08	2,10	16,29	16,25	2,50	7,21	7,20	2,40	2,270	2,270
2,20	24,00	24,500	2,20	19,60	19,85	2,20	20,98	21,00	2,60	8,20	8,20	2,50	2,580	2,550

[1] Les vitesses en mètres de ce Tableau représentent des vitesses des bâtiments eux-mêmes comprises entre 4 nœuds et 20 nœuds à l'heure.

Nota. Les trois nombres soulignés sur ce Tableau sont les seuls qui diffèrent sensiblement de ceux du calcul. Mais ces différences mêmes confirment l'accord de ces formules et de l'observation, par le fait qu'elles se produisent seulement à une même vitesse, 1,80, voisine de W dont les valeurs sont, pour le *Terrible*, le *Bayard* et l'*Océan*, 1,875, 1,92, 1,78. Elles proviennent en effet de ce que les opérateurs, en cherchant à faire disparaître, par la continuité des tracés moyens, les saillies dont étaient affectées les courbes des résistances observées, ont augmenté ces résistances dans le voisinage de leur vitesse critique, en y arrondissant inconsciemment l'angle vif qui aurait dû subsister sur ces tracés moyens, comme y marquant la brusque transition entre les deux régimes indiqués par les formules I et II.

Il est remarquable que les vitesses critiques, W, indiquées dans la première colonne du Tableau ci-dessous comme satisfaisant aux deux régimes de la résistance, peuvent être calculées très exactement au moyen de la formule

$$\text{(III)} \qquad W = \frac{\delta}{4}[1 - 38,85(\beta - 0,636)(\beta - 0,669)]\left(\frac{l}{p}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{L},$$

conforme à la loi de similitude dynamique. Le Tableau ci-dessous donne en effet, dans sa deuxième colonne, les valeurs déduites de cette formule, dans laquelle la constante $0,636 = \frac{3}{2}\log e$:

Terrible...............	1,875	1,870
Bayard...............	1,920	1,950
Océan...............	1,780	1,77
Milan...............	2,237	2,239
Bombe...............	2,494	2,480

L'expression III permettra d'employer les formules I et II aux calculs des résistances et, par suite, à celui du travail moteur nécessaire, par unité de temps, pour imprimer une vitesse V, au bâtiment qui est en projet; car il suffira, pour cela, de multiplier ces formules I et II par cette vitesse.

2. Dans le cas d'un flotteur quelconque ayant sa plus grande largeur l, non plus au milieu du plan de flottaison, mais à une distance quelconque Δ, de l'étrave, le coefficient Ω doit se calculer par la formule

$$\Omega = \alpha\left[(2\beta - 1)^2 + \left(2\gamma - \frac{L}{2\Delta}\right)^2 + (2\delta - 1)^2 + \frac{\sqrt{B}}{2\Delta}\right]$$

qui atteint son minimum en même temps que Δ atteint son maximum L, et α, β, γ, δ leurs minima

$$\beta_0 = \frac{1}{2}, \qquad \gamma_0 = \frac{1}{4}, \qquad \delta_0 = \frac{1}{2}, \qquad \alpha_0 = \beta_0\gamma_0 = \frac{1}{8}.$$

Cet ensemble de valeurs limites se trouve réalisé dans une carène demi-prismatique, à faces latérales verticales, coupée obliquement, de la base de sa face isoscèle supérieure, au pied de son arête antérieure formant étrave.

Ce volume est, entre ses limites d'encombrement, L*lp*, celui qui utilise le mieux son travail moteur, et dont M. Quernel, lieutenant de vaisseau, s'est approché le plus possible, par une très heureuse et remarquable intuition, en n'en sacrifiant les avantages, dans le tracé des formes du canot-automobile *Mercédès IV*, vainqueur dans les régates de Calais à Douvres, que dans la mesure à peu près indispensable pour assurer sa navigabilité.

Il est évident qu'un tel volume-limite ne doit point être utilisé, tel quel, en navigation courante, à cause de sa trop faible capacité et de l'acuité excessive de son avant. Mais, en arrondissant légèrement ses lignes d'eau et ses angles vifs et en le surmontant d'une tranche de flottabilité proportionnée au cubage de carène que l'on veut atteindre, c'est avec lui que l'on obtiendra le record de la vitesse, *en eau calme*, à égalité de puissance motrice et de dimensions principales L, *l*, *p*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Eau oxygénée à l'état naissant. Activité bactéricide sur les germes des eaux.* Note de M. **Ed. Bonjean**, présentée par M. E. Roux.

En étudiant comparativement l'action bactéricide sur les germes des eaux de quantités déterminées de peroxyde d'hydrogène produit par le peroxyde de calcium ou par l'introduction de solution commerciale d'eau oxygénée, ainsi que l'action de la chaux pure, on obtient les résultats exposés dans le Tableau ci-dessous :

Essais de stérilisation sur l'eau de Seine au moyen de solution commerciale d'eau oxygénée, de peroxyde de calcium, de chaux pure.

	Solution commerciale d'eau oxygénée.			Peroxyde de calcium.			Chaux pure exempte de carbonate.	
	3cm³ par litre.	5cm³ par litre.	10cm³ par litre.	1g par litre.	0g,5 par litre.	0g,5 par litre.	1g par litre.	0g,6 par litre.
Quantité de H^2O^2 en gramme par litre	0g,063	0g,100	0g,292	0g,070	0g,060	0g,053	»	»
Nombre de germes par centimètre cube	»	»	»	»	»	»	»	»

	Solution commerciale d'eau oxygénée.			Peroxyde de calcium.			Chaux pure exempte de carbonate.	
	3cm³ par litre.	5cm³ par litre.	10cm³ par litre.	1g par litre.	0g,5 par litre.	0g,5 par litre.	1g par litre.	0g,6 par litre.
Eau traitée après 30 minutes.	1316	960	496	190	472	627	78	594
» 1 heure...	558	480	371	42	104	364	11	364
» 2 heures..	463	400	65	24	44	78	10	106
» 3 » ..	213	126	42	20	23	36	8	67
» 4 » ..	109	80	38	0	0	11	0	19
» 5 » ..	»	»	36	»	»	0	»	12
» 6 » ..	»	»	0	»	»	»	»	»
» 24 » ..	Pas stérile	»	»	»	»	»	»	»

Chaque expérience a été effectuée sur 5^l d'eau de Seine canalisée dans Paris. Les numérations ont été faites dans des boîtes de gélatine nutritive à la température du laboratoire (18° à 22°) et 15 jours à 30 jours après les ensemencements.

Le peroxyde d'hydrogène est titré au moyen du permanganate de potassium en solution sulfurique

$$5\,CaO^2 + 2\,MnO^4K + 8\,SO^4H^2 = 2\,MnSO^4 + 5\,SO^4Ca + K^2SO^4 + 8\,H^2O + 5\,O^2;$$

on emploie une solution à 1^g de permanganate par litre dont 1^{cm^3} correspond à $0^{mg},538$ de H^2O^2.

Les doses de 1^g et de $0^g,5$ de chaux sont 10 et 5 fois plus élevées que la dose maxima qui pourrait être mise théoriquement en liberté ($0^g,1$).

L'analyse du peroxyde de calcium préparé par Freyssinge et Roche, que nous avons employé, nous a donné la composition suivante :

Peroxyde de calcium CaO^2	53,15
Carbonate de chaux (¹)	35,09
Eau	11,94

Lorsque ce peroxyde est en contact avec un grand excès d'eau, il se produit du peroxyde d'hydrogène en solution : $Aq + CaO^2 + 2H^2O = Aq + Ca(OH)^2 + H^2O^2$; cette réaction est limitée : $Aq + Ca(OH)^2 + H^2O^2 = Aq + CaO^2 + 2H^2O$.

L'acide carbonique en solution effectue la décomposition totale

$$Aq + CaO^2 + H^2O + CO^2 - (Aq + CaCO^3) = H^2O^2.$$

Cette réaction joue un rôle très important dans l'action des eaux naturelles sur le peroxyde de calcium.

(¹) Avec traces de magnésie.

Il résulte de ces expériences qu'il faut $0^g,291$ de peroxyde d'hydrogène par litre pour stériliser un litre d'eau de Seine après 6 heures de contact lorsqu'il provient de solution commerciale d'eau oxygénée (10^{cm^3}) et que, dans les mêmes conditions, $0^g,060$ de peroxyde d'hydrogène produit à l'état naissant par le peroxyde de calcium suffisent pour obtenir la stérilisation en 4 heures.

L'influence bactéricide que peut exercer la chaux du peroxyde de calcium est négligeable d'autant plus que cette action s'effectue dans les eaux chargées d'acide carbonique qui transforment immédiatement la chaux en carbonate de chaux ne possédant aucune action antiseptique.

C'est donc à l'état naissant de l'eau oxygénée ou peroxyde d'hydrogène que nous attribuons l'activité bactéricide particulière du peroxyde de calcium sur les germes dans l'eau.

CRYPTOGAMIE. — *Hyphoïdes et Bactéroïdes.* Note de M. **Paul Vuillemin**, présentée par M. Guignard.

On rencontre, à la fin de l'hiver, sur les racines de diverses Légumineuses, des tubercules dont le parenchyme bactéroïdien, partiellement détruit, est parcouru par des filaments portant des zoosporocystes et des chronispores. J'ai nommé, en 1888, ce Champignon *Cladochytrium tuberculorum*. L'étude de matériaux plus complets me permet aujourd'hui de rectifier cette détermination. L'endophyte n'est pas une Chytridinée, mais un Phycomycète du genre *Pythium*.

Dans les tubercules jeunes et dans l'écorce de la racine qui les porte, on observe des filaments à paroi cellulosique, ayant sensiblement la dimension et la réfringence du thalle de *Pythium;* ils sont souvent renflés en ampoules terminales ou intercalaires.

Les filaments ampullifères n'ont rien de commun avec les filaments fructifères du *Pythium*.

Le *Pythium* est un des organismes saprophytes qui utilisent le riche aliment accumulé dans les tubercules.

Les filaments des tubercules jeunes ne sont pas des hyphes de Phycomycètes; ils n'en ont que l'apparence : c'est pourquoi nous les nommerons *hyphoïdes*. Leur nature n'a pas été précisée jusqu'à ce jour. C'est cette question que nous nous proposons d'élucider.

L'hyphoïde se compose de deux éléments : 1° une gaine, 2° un mucilage renfer-

mant des corpuscules semblables aux bactéries isolées des tubercules et capables de faire naître de nouveaux tubercules sur les racines des Légumineuses. Les corps bacilliformes et le mucilage qui les enrobe appartiennent à l'organisme générateur des tubercules, au *Rhizobium*. La gaine appartient à la Légumineuse. Elle est en rapport de continuité avec les membranes des cellules qu'elle traverse depuis les poils radicaux jusqu'aux cellules spéciales remplies de bactéroïdes. Elle présente la constitution chimique de ces membranes : cellulosique dans la majorité des cas, subérisée dans son trajet à travers l'endoderme.

La gaine des hyphoïdes est le produit d'une réaction des tissus contre l'excitation de l'organisme étranger. Les cellules préformées de la Légumineuse, toutes celles qui appartiennent à la racine mère, restent fermées au *Rhizobium*. Elles n'échangent avec lui que des produits solubles à travers les membranes. Au contact des colonies bacilliformes, la membrane s'hypertrophie localement, s'invagine et isole le *Rhizobium* du protoplasme jusqu'à ce qu'il ait atteint l'autre bout de la cellule. Ce phénomène se répète de cellule en cellule. Le parasite, constamment séparé du protoplasme par une membrane, n'est pas, à proprement parler, intracellulaire, il répond à la définition que j'ai donnée ailleurs du parasite *transcellulaire*.

A la limite de deux cellules, la multiplication du parasite est parfois si active, qu'il fuse entre les deux lamelles décollées avant que la nouvelle cellule ait ébauché la gaine qui isolera le *Rhizobium* pendant sa traversée. Le parasite devient alors intercellulaire. Nous avons observé de puissantes colonies intercellulaires dans les tubercules d'un *Medicago* récolté au bord du chott Melghir par le Dr Legrain. La rigidité spéciale des membranes, résultant de l'habitat désertique, rendait la traversée des cellules plus difficile que dans le cas habituel.

Dans le tissu néoplasique qui forme la moelle des tubercules, les cellules naissantes sont forcées avant d'avoir élaboré les matériaux nécessaires à la séquestration des parasites. Les gaines transcellulaires font défaut ou opposent une barrière insuffisante à l'invasion parasitaire.

Au parasitisme intercellulaire ou transcellulaire succède le parasitisme intracellulaire. Les antagonistes qui, jusqu'alors, s'influençaient à distance, ont pris contact. Dans cette mêlée corps à corps, ils sont également hypertrophiés et déformés. Sous la forme nouvelle de bactéroïdes, le *Rhizobium* est étroitement mélangé au cytoplasme ; il en prend même certaines réactions colorantes. Ainsi, en traitant par un mélange de fuchsine acide et de vert d'iode des coupes pratiquées dans les tubercules du *Medicago* saharien, nous avons coloré en bleu les bactéries intercellulaires, en rose les bactéroïdes.

Les hyphoïdes, comme les bactéroïdes, ne sont donc pas de pures formations parasitaires : ce sont des produits symbiotiques. Les portions appartenant à la Légumineuse et les portions appartenant au *Rhizobium* sont bien distinctes dans les hyphoïdes et immédiatement reconnaissables à leurs caractères spécifiques ; elles sont intimement unies dans les bactéroïdes et modifiées par action réciproque.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherche sur la radioactivité vegetale.* Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note présentée à l'Académie des Sciences le 7 novembre 1904, M. Tommasina annonçait la découverte chez les végétaux et les animaux d'une radioactivité due essentiellement à leur énergie vitale.

Désirant connaître la valeur de cette radioactivité chez les végétaux et particulièrement chez des graines en germination ou en vie ralentie, afin de savoir s'il n'y avait pas là un moyen beaucoup plus sensible que celui de l'analyse des échanges respiratoires pour déceler la présence de la vie, j'ai été amené à répéter les expériences de ce savant et à chercher à obtenir des mesures précises de cette radioactivité, mesures qui n'ont pas encore été données.

L'électroscope dont je me suis servi est un électroscope à cadran composé d'une cuve en verre fermée par un couvercle d'ébonite qui portait un bouchon de paraffine au travers duquel passait une tige de cuivre. L'extrémité supérieure de cette tige se terminait au-dessus du couvercle d'ébonite en petit plateau circulaire en cuivre pendant que l'extrémité inférieure dans la cuve de verre supportait des feuilles d'or de 4^{cm} de longueur.

Avant chaque expérience l'appareil était soigneusement essuyé dans toutes ses parties, puis chauffé légèrement pour que toutes ses parois soient bien sèches.

Ensuite on plaçait au fond de la cuve un morceau de baryte caustique anhydre destiné à absorber toute l'humidité de son atmosphère.

Les objets en expérience étaient placés sur le couvercle en ébonite dans un petit tube de verre à fond plat dont l'ouverture arrivait à 3^{cm} au-dessous du plateau circulaire décrit plus haut. L'électroscope était ensuite chargé puis les objets et le plateau de cuivre étaient recouverts par un gobelet dont les bords suiffés s'appliquaient hermétiquement sur le couvercle d'ébonite. On notait l'heure et l'on enregistrait l'écartement des feuilles d'or sur les degrés du rapporteur qui servait de cadran. Au bout d'un certain temps on refaisait sur le cadran une seconde observation et l'on notait la variation de la divergence des feuilles d'or s'il y en avait une. Avant de commencer des expériences sur des graines de pois, des mousses et des rameaux de buis, j'ai tenu à me rendre compte d'une cause d'erreur possible ; c'est celle que pouvait occasionner la vapeur d'eau émise par la transpiration des végétaux. A cet effet on constitua les expériences dont le Tableau ci-après montre les résultats :

Objet en expérience.	Durée de l'expérience.	Angle α mesurant la moitié de l'écartement initial des feuilles d'or.	Angle α' à la fin de l'expérience.	Diminution de α par heure.	Quantité de vapeur d'eau émise par heure.
1. Tube de verre vide...........	12h	17°35'	15°40'	0°9'35"	
2. Tube de verre + 1cm³ d'eau....	2	21	10	5.30	
3. Tube de + 1cm³ d'eau + baryte à côté du tube...............	12	17	15.10	0.9.9	0g,0075

Ces trois expériences ont été recommencées de nombreuses fois et ont toujours donné des résultats concordants.

Ainsi, la vapeur d'eau en quantité extrêmement petite joue un rôle considérable dans la décharge de l'électroscope, et l'on peut éliminer, d'une manière presque parfaite, cette action en plaçant à côté de l'objet en expérience un morceau de baryte.

Le Tableau suivant donne les résultats obtenus : 1° avec des graines de pois soit tuées par le bichlorure de mercure en solution, soit en vie ralentie, soit en germination; 2° avec des mousses du genre *Hypnum* ayant des sporogones pas encore mûrs; 3° avec de petits rameaux de buis.

Objets en expérience.	Durée.	Angle α initial.	Angle α' final.	Diminution de l'angle α par heure.	Quantité de vapeur d'eau émise par heure.
1. Graines tuées sèches..........	12h	18°10'	16°15'	0°9'35"	
2. Graines sèches en vie ralentie..	12	18.35	16.45	0.9.53	
3. Graines germant dans 1cm³ d'eau du tube + morceau de baryte à côté.......................	16	19	16.58	0.9.10	0g,009
4. Mêmes graines dans le tube sans baryte......................	2	17	9	4	
5. Mousses dans 1cm³ d'eau du tube + baryte à côté.............	12	18.15	16.5	0.10.50	0,0085
6. Même tube contenant la mousse sans baryte à côté............	3	20	8.5	3.58	
7. Rameau de buis plongeant par un bouchon dans le tube contenant 1cm³ d'eau + baryte à côté.	16	21.45	19	0.10.18	0,0042
8. Même rameau sans baryte......	4	20	10.20	2.25	

Si pour ce rameau de buis la décharge appréciable de 2°25′ a été plus faible que pour les mousses et les graines, c'est parce que, la surface d'évaporation de l'eau du tube ayant été interceptée par un bouchon vaseliné au travers duquel passait la tige, la transpiration seule a été en jeu. Ce petit rameau ne possédait que 3 feuilles et 2 bourgeons.

Dans leur ensemble ces résultats sont tous nettement démonstratifs. Ils nous indiquent qu'après 12 heures et même 16 heures d'expérience, il nous a été impossible de déceler la moindre trace de radioactivité de la part des graines, des mousses et du rameau de buis, lorsque nous prenions les précautions les plus minutieuses contre l'émission de la vapeur d'eau.

Comme M. Tommasina n'a décrit dans sa Note aucune précaution contre la transpiration des végétaux, nous pensons qu'il se pourrait que les phénomènes observés par ce savant fussent entièrement produits par cette cause. En outre, la remarque faite par M. Tommasina lui-même, que tous les végétaux, herbes, fruits, feuilles fraîchement cueillis, et dans cet état seulement, présentent une bioradioactivité, justifie encore notre manière de voir.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'accentuation des caractères alpins des feuilles dans les galles des Genévriers.* Note de M. C. **Houard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les Genévriers qui croissent à de hautes altitudes dans les montagnes de l'Europe centrale (*Juniperus communis* L. var. *alpina* et *Juniperus Sabina* L.) présentent des galles curieuses non seulement par leur forme extérieure, mais encore par l'accentuation de certains caractères, dits *alpins*, qu'offre leur structure histologique.

En 1891, dans son intéressant article sur « La variation de la structure chez une même espèce », M. Gaston Bonnier (1) a montré que les aiguilles du *Juniperus communis* des Alpes possédaient les caractères spéciaux suivants : épaisseur supérieure du limbe; tissu palissadique d'un tiers ou d'un quart plus allongé en moyenne; canal sécréteur à grandes dimensions; fibres hypodermiques mieux formées et couche lignifiée de la cuticule bien

(1) *Comptes rendus de l'Association française pour l'avancement des sciences*, 2e partie, Paris, 1891, p. 521-522.

développée. En un mot, les tissus foliaires destinés à l'assimilation et à la sécrétion sont bien développés, de même que ceux qui ont pour rôle de protéger l'organe contre les variations de température.

Ces caractères sont très accentués dans les galles suivantes :

A. Cécidie en forme de calice évasé comprenant deux verticilles d'aiguilles déformées et due à l'action d'un *Oligotrophus*. Rencontrée aux environs de Chamonix à 1800^m d'altitude.

Comparée à une section normale, la coupe transversale d'une feuille du verticille externe montre des parenchymes chlorophylliens et lacuneux à cellules hyperplasiées; les cellules de l'épiderme supérieur augmentent en nombre et écartent les files stomatiques qui deviennent irrégulières. Le faisceau libéro-ligneux est plus étalé que celui de la feuille saine et muni de deux grandes ailes latérales de tissu aréolé. Ce grand développement du parenchyme et de l'appareil vasculaire entraîne surtout l'hypertrophie du canal sécréteur qui acquiert un diamètre énorme (250^μ au lieu de 120^μ) et s'entoure d'une forte gaine.

L'appareil de protection de la feuille anormale est aussi renforcé : hypoderme et épiderme à membranes lignifiées très épaisses ; fibres corticales nombreuses et courtes, à grosses parois, apparaissant au milieu de la face supérieure du limbe, au-dessus du faisceau vasculaire. Ces fibres envahissent ensuite le parenchyme cortical et se relient par l'intermédiaire de l'endoderme lignifié au volumineux amas de fibres péricycliques situé à la face inférieure de la nervure médiane.

B. Cécidie en forme de bourgeon, due à l'*Oligotrophus juniperinus* L. et comprenant jusqu'à quatre verticilles de feuilles courtes, très élargies. Commune à la limite supérieure de végétation du Genévrier.

La coupe transversale d'une feuille hypertrophiée appartenant au deuxième ou au troisième verticille de la cécidie montre que le cylindre central subit une hypertrophie considérable (1400^μ de diamètre au lieu de 360^μ). Ce développement anormal provient d'une part, de l'élargissement du faisceau vasculaire (300^μ au lieu de 120^μ), et d'autre part de l'hyperplasie énorme que subissent les ailes du tissu de transfusion : le nombre des cellules aréolées peut, en effet, s'élever à plus de 100^μ (au lieu de 10^μ à 15^μ) pour chaque aile dont la longueur atteint jusqu'à huit fois la dimension ordinaire.

Le tissu en palissade augmente le nombre de ses éléments dans le même rapport et devient riche en chloroleucites; le parenchyme lacuneux multiplie ses cellules; les stomates se montrent plus nombreux et rangés sur une trentaine de files au lieu de quinze environ. L'appareil de sécrétion se développe dans les mêmes proportions que le tissu assimilateur : le diamètre du canal sécréteur atteint 200^μ au lieu de 60^μ et les cellules de sa gaine sont épaisses et allongées.

Les cécidies du *Juniperus Sabina* présentent des caractères analogues.

C. Cécidie ovoïde brusquement rétrécie à la base, composée princi-

palement de quatre grosses feuilles hypertrophiées, à sillon dorsal très accentué et due à une larve cécidomyide. Récoltée à 2000^m d'altitude dans le Piémont.

L'énorme accroissement en largeur d'une aiguille hypertrophiée provient de ce que son faisceau libéro-ligneux s'étale beaucoup et possède de longues ailes vasculaires très aplaties, environ trois fois aussi développées qu'à l'état normal. Ces ailes comprennent une seule assise de grandes cellules aréolées enveloppée par les cellules endodermiques hypertrophiées.

D. Cécidie en forme de pyramide, engendrée par l'*Oligotrophus Sabinæ* Kieff, et composée d'un grand nombre de feuilles hypertrophiées; même altitude que la galle précédente.

L'accroissement en largeur de la feuille anormale tient encore au développement exagéré du faisceau libéro-ligneux et surtout des ailes vasculaires de tissu aréolé, la longueur de ces ailes pouvant atteindre environ sept fois celle du faisceau.

En résumé, les feuilles hypertrophiées constituant les cécidies des Genévriers des Alpes présentent les caractères histologiques suivants : *developpement plus accentué des appareils normaux d'assimilation et de sécrétion* (faisceau libéro-ligneux à grande taille, tissu aréolé très étalé, canal sécréteur à diamètre énorme) et *renforcememt de l'appareil de soutien* (fibres hypodermiques, corticales et péricycliques bien développées).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'accroissement du poids des substances organiques et minérales dans l'avoine, en fonction de l'âge.* Note de Mlle **M. Stefanowska**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai montré que la courbe de l'accroissement du poids de la matière fraîche chez plusieurs espèces végétales est une hyperbole, cette recherche n'ayant toutefois été poursuivie encore jusqu'à la fructification des plantes que pour le *Penicillium glaucum* ([2]). Dans le présent travail, je me suis proposée d'étudier l'accroissement en poids de diverses substances pendant le développement de la plante,

---

([1]) *Sur la croissance en poids des végétaux* (*Comptes rendus,* 1er février 1904).

([2]) Voir ma Note : *Sur la loi de variation de poids du* Penicillium glaucum *en fonction de l'âge* (*Comptes rendus,* 21 novembre 1904).

depuis la germination jusqu'à la maturation des graines, plus précisément j'ai cherché à construire les courbes de croissance en poids pour la substance végétale *fraîche* et *sèche*, pour *les cendres*, *l'azote*, ainsi que pour quelques-unes des substances minérales les plus importantes : *l'acide phosphorique*, *la chaux*, *la potasse*, *le fer*.



Courbes de croissance de l'avoine.

Substance fraîche. Substance sèche. Cendres.

Les pesées et analyses ont été faites sur l'*avoine* et le *sarrasin* cultivés en plein air à l'École d'Horticulture de Genève, et la croissance a été observée depuis le 16 mai jusqu'au 30 juillet 1904. Étant données les conditions de culture, on a dû faire des pesées sur des individus chaque fois nouveaux, mais de même âge et de tailles variées. On déterrait les plantes avec leurs racines, on les débarrassait soigneusement des par-

ticules de terre en les lavant sous un jet d'eau; on essuyait ensuite les racines, et l'on pesait les plantes toujours à l'état de turgescence. Pour chaque pesée, on prenait un lot de dix plantes de la même espèce, mais le poids de ces dix plantes était contrôlé par une moyenne calculée d'après un nombre plus considérable d'individus (30 à 50) cueillis dans la même journée. De cette façon, les erreurs provenant des pesées collectives étaient atténuées.

Sur les courbes ci-contre on a reporté les poids réels de *dix* individus (avoine) : les courbes du sarrasin sont analogues à celles de l'avoine.

Si l'on compare les courbes de la substance *fraîche*, de la substance *sèche* et des *cendres*, on voit que ces courbes affectent la même allure générale dans la première période de la croissance. Les différences n'apparaissent que vers l'époque de la maturation des graines : le poids de la substance fraîche baisse alors par suite de la diminution d'eau dans les tissus, mais la substance sèche ne subit point cette décroissance.

Les analyses chimiques exécutées par M. Alfred Monnier, de Genève, démontrent que les poids *d'azote organique* (méthode de Kjeldal), de l'*acide phosphorique*, de la *chaux*, de la *potasse* et du *fer* subissent une augmentation rapide dans la première période de la croissance, la seule que nous envisagions ici. Les courbes de sentiment tracées à travers les points d'observation sont, pour ces substances comme pour les substances fraîche et sèche et pour les cendres, des hyperboles dont les équations ont été calculées par M. Louis Bastien.

Les x représentent les jours et les y représentent en grammes le *poids moyen d'un individu;* on trouve :

Substance fraîche	$1400x^2 + 210xy - y^2 - 7500y = 0$
Substance sèche	$14x^2 + 25xy - y^2 - 790y = 0$
Cendres	$25x^2 + 240xy - 100y^2 - 7300y = 0$
Azote	$6x^2 + 880xy - 2900y^2 - 18000y = 0$
Chaux	$4x^2 + 700xy - 10000y^2 - 26000y = 0$
Acide phosphorique	$6x^2 + 1800xy - 18000y^2 - 55000y = 0$
Potasse	$5x^2 + 300xy - 10700y = 0$
Fer	$x^2 + 6300xy - 40000y^2 - 160000y = 0$

PHYSIOLOGIE. — *Mesures respiratoires sur les poissons marins.* Note de M. **J.-P. Bounhiol**, présentée par M. Edmond Perrier.

Au moyen d'un appareil déjà utilisé [1] et légèrement modifié depuis, je me suis appliqué à mesurer les diverses constantes respiratoires (CO^2 par

(1) J.-P. Bounhiol et A. Foix, *Sur la mesure des échanges respiratoires en milieu aquatique* (*Comptes rendus*, 25 mai 1903).

gramme-heure; oxygène par gramme-heure, et $\frac{CO^2}{O}$) des poissons marins ayant subi des captivités plus ou moins longues.

Cet appareil produit, dans une masse déterminée d'eau de mer habitée par un poids connu d'animal vivant, une aération telle que l'oxygénation de l'eau reste constante. La possibilité d'en modifier le réglage permet d'ailleurs d'obtenir un grand nombre de régimes permanents, correspondant à des taux d'oxygénation très différents de l'eau de mer.

J'ai procédé comme suit :

Après avoir, dans chaque cas, analysé l'eau des bassins où vivaient les animaux, j'ai réglé l'appareil de manière à maintenir dans le récipient à expériences l'oxygénation de l'eau constante et égale précisément à celle donnée par l'analyse. La température étant supposée invariable, je réalisais ainsi sensiblement pour chaque animal les conditions respiratoires particulières de sa captivité. J'ai réalisé de la même manière le régime permanent correspondant à sa vie libre (taux de l'oxygénation maintenu à la valeur normale de l'oxygénation de l'eau de mer libre). Ces mesures ont été faites au laboratoire maritime de Tatihou et ont fourni les résultats suivants :

	Vie libre (oxygénation 6$^{cm^3}$ par litre).				Captivité.				
Espèces.	Poids en grammes	CO^2 par gr.-heure en c. cubes à 0° et 760^{mm}.	Oxygène par gr.-heure en c. cubes à 0° et 760^{mm}.	$\frac{CO^2}{O}$.	Oxyg. par litre.	Durée.	CO^2 par gr.-heure en c. cubes à 0° et 760^{mm}.	Oxygène par gr.-heure en c. cubes à 0° et 760^{mm}.	$\frac{CO^2}{O}$.
					cm³				
Squale roussette..	685	0,0666	0,0875	0,76	»	»	»	»	»
Id. ..	660	»	»	»	4,8	1 an	0,0661	0,0788	0,84
Syngnathes......	7	0,1536	0,1946	0,79	»	»	»	»	»
Id.	7,6	»	»	»	4,2	1 mois	0,1241	0,1364	0,91
Congre..........	80	0,0743	0,0976	0,76	»	»	»	»	»
Id.	108	»	»	»	5,2	3 mois	0,0669	0,0837	0,80
Sole...........	80	0,0915	0,1347	0,68	»	»	»	»	»
Id.	62	»	»	»	4,7	1 an	0,0925	0.1187	0,78
Brême..........	407	0,1308	0,1791	0,73	»	»	»	»	»
Id.	325	»	»	»	3,9	1 an	0,1530	0,1700	0,90
Labre..........	57	0,1493	0,1915	0,78	»	»	»	»	»
Id.	32	»	»	»	4,9	2 m. $\frac{1}{2}$	0,1588	0,1785	0,89
Cotte...........	12,3	0,1632	0,1920	0,85	»	»	»	»	»
Id.	26	»	»	»	4,9	2 m. $\frac{1}{2}$	0,1648	0,1811	0,91

Le Tableau précédent montre deux faits très nets et superposés : 1° la diminution des échanges respiratoires de tous les animaux captifs; 2° l'élévation du quotient res-

piratoire. Quant à l'influence de la durée de la captivité, elle est donnée par le Tableau suivant :

Espèces.	Poids en gr.	Durée de la captivité.	Oxygénation de l'eau.	CO^2 p. gr. h. en cent. cubes à 0° et 760mm.	Oxyg. p. gr. h. en cent. cubes à 0° et 760mm.	$\frac{CO^2}{O}$.
Sole	80	0	6,1 cm³	0,0915	0,1347	0,68
	46	1 mois	4,9	0,0931	0,1179	0,79
	62	1 an	4,7	0,0925	0,1187	0,78
Labre	57	0	6,4	0,1493	0,1915	0,78
	58	1 mois	5,2	0,1579	0,1791	0,882
	32	2 mois ½	4,9	0,1588	0,1785	0,89
Blennie	13,5	0	6,35	0,2016	0,2345	0,86
	16,5	1 mois	4,7	0,1909	0,2053	0,93
	38	1 an	4,9	0,1879	0,2021	0,93
Cotte	12,3	0	6,2	0,1632	0,1920	0,85
	26,4	1 mois	4,2	0,1645	0,1798	0,915
	24	2 mois ½	4,9	0,1648	0,1811	0,91
	152	1 an	4,7	0,1648	0,1820	0,905

On voit que, très rapidement, au bout d'un mois de captivité, et peut-être bien avant, les poissons marins possèdent l'activité respiratoire et le quotient respiratoire qu'ils possèdent encore au bout de 2 mois et demi, au bout d'un an, et sans doute jusqu'à la fin. A partir de ce moment l'oxygénation insuffisante, mais constante, du milieu ne paraît pas influencer cette activité respiratoire réduite. Dans les captivités où la vie est possible aux poissons marins, l'activité respiratoire que l'on mesure n'est donc pas le résultat d'une décroissance lente et continue de l'activité respiratoire normale, elle est la caractéristique d'un nouvel équilibre, d'un nouveau régime permanent, rapidement établi, constamment maintenu ensuite. Est-ce à dire qu'il s'agisse, comme pour certains animaux marins à respiration variable, d'une véritable adaptation? Point. Chez ces derniers le quotient respiratoire reste normal. Ici, au contraire, le quotient respiratoire est manifestement asphyxique. Il s'agit donc seulement d'une gêne respiratoire, d'une asphyxie partielle et permanente compatible, je ne dirai pas avec l'existence, mais avec une certaine survie plus ou moins longue.

Si, d'autre part, on songe que les besoins respiratoires de ces animaux sont plus immédiatement impérieux que tous les autres besoins, que la première perturbation morbide dont leur vitalité se trouve atteinte en captivité est une perturbation respiratoire, que celle-ci précède et domine, provoque ou aggrave toutes les autres, il sera possible de conclure que le problème de la captivité marine est *d'abord* un problème respiratoire.

La séance est levée à 4 heures et quart.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 26 décembre 1904.
(Suite.)

Abschaffung der Rechtschreiben-Lehre. Die Notwendigkeit einer einfachern neuen internationalen Schrift, begründet von Konrad Büttgenbach. Aachen, Otto Müller, s. d.; 1 fasc. in-8°.

Almanaque nautico para el año 1906, *calculado de orden de la Superioridad en el Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando.* San Fernando, 1904; 1 vol. in-8°.

Report of the Superintendent of the United States Naval Observatory, for the fiscal year ending june 30, 1904. Washington, 1904; 1 fasc. in-8°.

Report of the meteorological Council, for the year ending 31st *of march* 1904, *to the President and Council of the Royal Society,* Londres, 1904; 1 fasc. in-8°.

Annual report of the Keeper of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College, to the President and Fellows of Harvard College, for 1903-1904. Cambridge (Etats-Unis), 1904; 1 fasc. in-8°.

Rapporto annuale dello I. R. Osservatorio astronomico-meteorologico di Trieste, contenente le osservazioni meteorologiche di Trieste e di alcune altre stazioni adriatiche, per l'anno 1901, redatto da Edoardo Mazelle; vol. XVIII. Trieste, 1904; 1 fasc. in-4°.

Jahrbuch des Königlich sächsischen meteorologischen Institutes für das Jahr 1900; Jahrgang XVIII der neuen Reihe; herausgegeb. v. Director Prof. Dr Paul Schreiber; mit einer Vorarbeit: *Kritische Beobachtung der Luftdrucksmessungen im Königreich Sachsen während der Jahre* 1866-1900, vom herausgeber, mit 6 Tafeln, Zugleich *Deutsches meteorologisches Jahrbüch für* 1900. *Beobachtungssystem der Königreicher Sachsen.* Chemnitz, 1904; 1 vol. in-4°.

Annuaire géologique et minéralogique de la Russie, rédigé par M. Krischtafowitsch; vol. VI, livr. 10. Novo-Alexandria, 1904; 1 fasc. in-4°.

U. S. Department of Agriculture, *Twentieth annual Report of the Bureau of animal Industrie, for the year* 1903. Washington, 1904; 1 vol. in-8°.

Census of India, 1901; vol. I. *India : Etnographic appendices,* by H.-H. Risley. Calcutta, 1903; 1 vol. in-f°.

Memoirs of the geological Survey of India; vol. XXXV, part 3; vol. XXXVI, part 1. Calcutta, 1904; 2 fasc. in-8°.

Records of the geological Survey of India; vol. XXXI, parts 1 and 2. Calcutta, 1904; 2 fasc. in-8°.

The Journal of the College of Science, Imperial University of Tokyo, Japan; vol. XVIII, art. 8; vol. XIX, art. 9, 15; vol. XX, art. 1, 2. Tokyo, 1904; 5 fasc. in-8°.

Publications of the earthquake investigation Committee in foreign languages; nº 18. Tokyo, 1904; 1 vol. in-8.

Bulletin of the United States Fish Commission, vol. XXII, for 1902. Washington, 1904; 1 vol. in-4º.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 2 JANVIER 1905.

Leçons de Mécanique céleste professées à la Sorbonne, par H. POINCARÉ, Membre de l'Institut. Tome I. *Théories générales des pertubations planétaires.* Paris, Gauthier-Villars, 1905; 1 vol. in-8º. (Hommage de l'auteur.)

La bobine d'induction, par H. ARMAGNAT. Paris, Gauthier-Villars, 1905; 1 vol. in-8º. (Présenté par M. Mascart.)

Archives de Médecine et de Pharmacie militaires, publ. par ordre du Ministre de la Guerre. Tome XLIV. Paris, 1904; 1 vol. in-8º.

Journal de Pharmacie et de Chimie. Rédacteur principal: M. BOURQUELOT. 96e année, 6e série, t. XXI, nº 1, 1er janvier 1905. Paris, Octave Doin; 1 fasc. in-8º.

Le Magasin pittoresque. Directeur : ÉMILE FOUQUET. 73e année, nº 1, 1er janvier 1905. Paris; 1 fasc. in-4º.

The state of Missouri, an autobiography edited for the Missouri Commission to the Louisiana purchase Exposition, by WALTER WILLIAMS. Columbia, E.-W. Stephens, 1904; 1 vol. in-8º.

Memoria sobre el barometro alarma, apparato mecanico-electrico; su inventor Dr GUILLERMO VIVES. Ponce, 1904; 1 fasc. in-8º.

An epitome of the British Indian species of Impatiens, by sir J.-D. HOOKER; part I. (*Records of the « Botanical Survey of India »;* vol. IV, nº 1.) Calcutta, 1904; 1 fasc. in-8º.

Scuola d'applicazione per gl' Ingegneri. Annuario per l'anno scolastico 1904-1905. Rome, 1904; 1 fasc. in-12.

Stad Antwerpen. Pædologogisch jaarboek, onder redactie van Prof. Dr Phil. M. C. SCHUYTEN; jaargang V. Anvers, 1904; 1 vol. in-8º.

Sociedade scientifica de S. Paulo. Relatorio da directoria 1903-1904. Saint-Paul, 1904; 1 fasc. in-8º.

Subject list of works on the fine and graphic arts, and art industries, in the library of the Patent Office. Londres, 1904; 1 vol. in-12.

Sveriges offentliga bibliotek, Stockholm, Upsala, Lund, Göteborg Accessions-katalog, 17, 1902; utgifven af kungl. Biblioteket genom EMIL HAVERMAN. Stockholm, 1904; 1 vol. in-8º.

Pubblicazioni scientifiche del Conte Prof. NAPOLEONE PASSERINI : *Indice bibliographico,* compilato dagl' insegnanti dell' Istituto agrario di Scandicci (Firenze). Florence, 1904; 1 fasc. in-8º.

(*A suivre.*)